

DER PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CL.

**I. Ueber die Schwingungen der rechteckigen, insbesondere der quadratischen Luftplatten;
von August Kundt.**

(Schluß von S. 197)

§ 8.

Die im vorigen § entwickelte Constructionsmethode für die Bauchlinien der Luftplatten ist dieselbe Methode welche Wheatstone zuerst angewendet hat, um die Knotenlinien der quadratischen Klangscheiben aus einfachen sich übereinander lagernden Schwingungen zu construiren. In der That ist Schubring¹⁾, als er die bekannte Wheatstone'sche Constructionsmethode in mathematische Form zu bringen suchte, zu Gleichungen für die Knotenlinien der quadratischen Klangscheiben gekommen, welche völlig übereinstimmen mit unseren Gleichungen 17 und 18. Der Construction der Bauchlinien aus den beiden in die Luftplatte gezeichneten rechteckigen Gittern entspricht bei Wheatstone die Zusammensetzung der ersten zu zweiten Resultanten. — Wheatstone sucht aber auch noch die Schwingungsformen, welche er *first resultants* nennt, d. h. solche, bei denen die Klangscheibe durch den Seiten parallele Knotenlinien in Rechtecke getheilt wird, aus einfacheren Schwingungen zusammenzusetzen, bei denen nur Knotenlinien vorhanden sind, welche alle unter sich parallel und entweder den Seiten des Quadrats parallel oder zu ihnen geneigt sind, so daß also die Platte bei diesen primären Figuren gewissermaassen als breiter Stab schwingt.

1) Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften von Giebel und Sievert 1867, Bd. 29.

Bei den zweigliedrigen Schwingungen der quadratischen Luftplatten kommen nun auch, wie wir oben sahen, Schwingungen vor, bei denen die Bauchlinien den Seiten parallel sind und die Platte in lauter Rechtecke theilen; diese Schwingungen sind, wie bereits oben angegeben wurde, dargestellt durch ein einziges Glied der Reihe 2 und 3.

Sey eine solche Schwingung gegeben durch:

$$\varphi = A_{mn} \cos kt \cos m \frac{\pi}{a} x \cos n \frac{\pi}{a} y,$$

so kann man dafür schreiben

$$\varphi = A_{mn} \cos kt \left\{ \frac{1}{2} \cos (mx + ny) \frac{\pi}{a} + \frac{1}{2} \cos (mx - ny) \frac{\pi}{a} \right\}$$

so daß also die Knotenlinien dargestellt sind durch den Ausdruck

$$\cos (mx + ny) \frac{\pi}{a} + \cos (mx - ny) \frac{\pi}{a} = 0.$$

Jeder der beiden Summanden dieses Ausdrucks stellt Linien dar, welche unter einander parallel und zu den Seiten des Quadrates geneigt sind, so daß man also wohl ein System von Bauchlinien, welche den Seiten parallel sind und das Quadrat in Rechtecke theilen, ansehen kann als zusammengesetzt aus schrägen Linien; indessen kann eine Schwingung welche nur Bauchlinien enthielte, welche durch einen der Summanden dargestellt sind, nicht vorkommen, denn ein Ausdruck von der Form

$$\varphi = A mn \cos kt \cdot \cos (mx + ny) \frac{\pi}{a} x$$

genügt nicht für sich der Differentialgleichung der Schwingungen.

Gleiche Zerlegung läßt sich für die eingliedrigen Schwingungen der am Rande offenen Luftplatten machen und auch zugleich zeigen, daß eine Schwingung mit unter einander parallelen und zu den Seiten des Quadrats geneigten Bauchlinien nicht möglich ist.

Man kann daher sagen:

Für die Ermittlung der Bauchlinien der 2 gliedrigen Schwingungen der quadratischen Luftplatten ist die Con-

structionsmethode, welche zuerst Wheatstone zur Ermittlung der Knotenlinien der quadratischen Platten angewendet hat, indem er die complicirten Schwingungen als eine Uebereinanderlagerung einfacher ansah, völlig streng zulässig, soweit es sich um die Zusammenlegung solcher Schwingungen handelt, bei denen die Bauchlinien zu den Seiten des Quadrats parallel sind (*first resultants* bei Wheatstone, deren Zusammenlegung *second resultants* giebt); es ist aber nicht zulässig, diese Schwingungen als die Uebereinanderlegung der Schwingungen anzusehen, bei denen die Bauchlinien unter einander parallel und zu den Seiten des Quadrates geneigt sind.

Da die Differentialgleichung für die Schwingungen der Membranen völlig analog der der Luftplatten ist, da die Knotenlinien der Membranen durch genau dieselbe Gleichung gegeben sind, wie die Bauchlinien der offenen Luftplatten, so ist also die Wheatstone'sche Theorie der Uebereinanderlegung der Schwingungen bei den Membranen in den ihr im Vorgehenden gestellten Grenzen völlig streng richtig.

Es ist auffällig, daß man dieselbe nicht auf die Construction der Knotenlinien der Membranen bisher angewendet hat.

§ 9.

In dem Vorhergehenden sind nur die 2gliedrigen Schwingungen $N\left(\begin{smallmatrix} m & n \\ n & m \end{smallmatrix}\right)$ der quadratischen Platten behandelt worden. Es können aber noch andere 2gliedrige Schwingungen und endlich mehrgliedrige Schwingungen vorkommen, wie bereits oben angedeutet wurde.

Alle die Glieder je einer der Reihen 2 und 3 für die überhaupt $m^2 + n^2$ denselben Werth hat, können zusammengefaßt werden zu einer Schwingung und mithin können in den quadratischen Luftplatten und ebenso in den Membranen Schwingungen vorkommen von der Form

$$N \begin{pmatrix} m & n \\ n & m \\ k & l \\ l & k \\ h & i \\ i & h \\ \text{usw.} \end{pmatrix}$$

wenn nur $r^2 = m^2 + n^2 = k^2 + l^2 = h^2 + i^2$ usw.

Es ist klar, daß man die Bauchlinien und bei Membranen die Knotenlinien zweigliedriger Schwingungen der Form $N \begin{pmatrix} m & n \\ k & l \end{pmatrix}$ genau nach der im § 7 gegebenen Methode construiren kann. Man zieht die Linien (c) *pag* und statt der Linien (d) die folgenden:

$$x = \frac{r a}{k}$$

$$y = \frac{q a}{l}$$

und verfährt wie oben.

Fig. 4 zeigt z. B. die Construction von

$$\alpha \cos m \frac{\pi}{a} x \cdot n \frac{\pi}{a} y + \beta \cos k \frac{\pi}{a} x \cdot \cos l \frac{\pi}{a} y = 0,$$

$$\text{wenn } \alpha = \beta \text{ und } \begin{matrix} m=5 & k=7 \\ n=5 & l=1 \end{matrix}$$

Die Constructionsmethode läßt sich natürlich auch auf mehrgliedrige Schwingungsformen anwenden. Bei irgend einer bestimmten 3gliedrigen Schwingung kann man unter allen Umständen eine bestimmte Anzahl von Punkten angeben durch die die Curve gehen muß; sodann kann man durch Uebereinanderlagerung der Schwingungen, welche die einzelnen Glieder darstellen, Flächenstücke ermitteln durch die die Curve gehen kann oder nicht gehen kann. Die Construction erfordert aber schon bei den einfachsten 3gliedrigen Schwingungen sehr viel Vorsicht und Ueberlegung, wenn man die Schwingungsformen einigermaßen genau und richtig erhalten will. Sehr leicht und wohl anwendbar ist aber die Constructionsmethode für die 2gliedrigen Schwingungen der *rechteckigen* Luftplatten und Membranen, wenn die Seiten *a* und *b* des Rechteckes

commensurabel sind, so daß zweigliedrige Schwingungen vorkommen können.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß Alles, was oben für die ganz geschlossenen oder am Rande ganz offenen Luftplatten gesagt wurde, leicht auf Luftplatten übertragbar ist, die an einzelnen Seiten offen, an anderen geschlossen sind. Es hat auch keine Schwierigkeit, von den rechteckigen Luftplatten überzugehen auf die prismatisch rechteckigen Lufträume, und die Tonreihen derselben anzugeben, wenn sie entweder ganz geschlossen oder an einigen Seiten offen sind. Im letzteren Fall, d. h. wenn das Luftvolumen nicht an allen 6 Seiten von festen Wänden begrenzt ist, würden indess die theoretischen Tonreihen, wenn die Annahme gemacht wäre, daß an den offenen Seiten keine Dichtigkeitsänderungen stattfinden, ganz beträchtlich von den wirklichen abweichen. Die Schwingungsformen der cubischen, ganz geschlossenen Luftvolumina würde sich aber, besonders in den einfacheren Fällen leicht ermitteln lassen. Man würde dort ebenfalls verschiedene Knoten oder Knotenlinien finden, und Bauchlinien oder Bauchflächen. Doppelte Knoten, an denen keine Dichtigkeitsänderung und keine Bewegung vorkommt, würden vorhanden seyn.

Ich gehe hier auf die Ermittlung der Schwingungsformen der rechteckigen Luftvolumen nicht weiter ein, da ich bisher nur unvollkommene Mittel finden konnte, die Schwingungsformen solcher cubischen Luftvolumina dem Auge anders, als an den begrenzenden 6 Seiten sichtbar zu machen.

Eine Vergleichung der Theorie mit dem Experiment, wie ich sie für die Luftplatten geben werde, ist also doch nur in unvollkommener Weise für die cubischen Luftvolumina möglich.

§ 10

Bevor zu den Versuchen übergegangen wird, sollen in der Kürze noch einige Eigenthümlichkeiten der Schwin-

gungsformen der Luftplatten hervorgehoben werden, die sich insbesondere auf die 2gliedrigen Schwingungsformen $N\left(\begin{smallmatrix} m n \\ n m \end{smallmatrix}\right)$ der quadratischen Luftplatten beziehen. Was für die zweigliedrigen Schwingungen gilt, ist ohne Weiteres auf die eingliedrigen übertragbar.

Bildet man für offene oder geschlossene Luftplatten für 2gliedrige Schwingungen $N\left(\begin{smallmatrix} m n \\ n m \end{smallmatrix}\right)$ die Bedingungsgleichungen für die Knoten

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0 \text{ und } \frac{d\varphi}{dy} = 0 \text{ für jedes } t, \text{ so hat man}$$

$$\alpha \cdot \frac{m\pi}{a} \sin m \frac{\pi}{a} x \cdot \cos n \frac{\pi}{a} y + \beta \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{a} x \cos m \frac{\pi}{a} y = 0$$

$$\alpha \frac{n\pi}{a} \cos m \frac{\pi}{a} x \cdot \frac{n\pi}{a} y + \beta \frac{m\pi}{a} \cos n \frac{\pi}{a} x \cdot \sin m \frac{\pi}{a} y = 0$$

Multiplicirt man diese beiden Gleichungen mit einander, so erhält man

$$\alpha^2 \sin 2m \frac{\pi}{a} x \cdot \sin 2n \frac{\pi}{a} y - \beta^2 \sin 2n \frac{\pi}{a} x \cdot \sin 2m \frac{\pi}{a} y = 0 \quad (20)$$

Bildet man ebenso für offene Luftplatten

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0 \text{ und } \frac{d\varphi}{dy} = 0$$

so erhält man ebenfalls, wenn man diese beide Gleichungen multiplicirt, die Gleichung 20. Diese Gleichung stellt aber nichts anderes dar, als die Bauchlinien des Tones $N\left(\begin{smallmatrix} 2m \ 2n \\ 2n \ 2m \end{smallmatrix}\right)$ einer offenen Luftplatte, wobei nur den auftretenden Constanten bereits bestimmte Werthe zukommen, nämlich α^2 und $-\beta^2$.

Es ergibt sich mithin die Beziehung:

Die sämmtlichen Knoten, einfache und doppelte der Schwingung $N\left(\begin{smallmatrix} m n \\ n m \end{smallmatrix}\right)$ einer offenen, wie einer geschlossenen quadratischen Luftplatte, liegen auf Bauchlinien einer

Schwingungsform des Tones $N\left(\begin{smallmatrix} 2m & 2n \\ 2n & 2m \end{smallmatrix}\right)$ einer offenen quadratischen Luftplatte.

Das Resultat ist direct auf die 2gliedrigen Schwingungen $N\left(\begin{smallmatrix} m & n \\ n & m \end{smallmatrix}\right)$ der Membranen übertragbar und lautet alsdann, wie leicht ersichtlich:

Die Stellen der stärksten Bewegung, ferner die Sattelpunkte und endlich die Durchschnittspunkte der Knotenlinien der Schwingungen $N\left(\begin{smallmatrix} m & n \\ n & m \end{smallmatrix}\right)$ einer quadratischen Membrane liegen auf den Knotenlinien einer bestimmten Schwingungsart des Tones $N\left(\begin{smallmatrix} 2m & 2n \\ 2n & 2m \end{smallmatrix}\right)$ derselben Membran.

Bemerkenswerth ist ferner die folgende Beziehung:

Sind die beiden Zahlen m und n beide ungerade, so kann man die Gleichung

$$\alpha \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{a} y + \beta \sin \frac{n\pi}{a} x \cdot \sin \frac{m\pi}{a} y = 0$$

welche die Bauchlinien des Tones $N\left(\begin{smallmatrix} m & n \\ n & m \end{smallmatrix}\right)$ einer quadratischen offenen Luftplatte darstellt, immer durch eine Coordinatenverlegung in eine ganz ähnliche Gleichung überführen, in der, statt sinus, cosinus steht.

Setzt man

$$x = \xi \pm (2r + 1) \frac{a}{2}$$

$$y = \eta \pm (2s + 1) \frac{a}{2}$$

wo r und s beliebige ganze Zahlen, oder am einfachsten, r und s gleich Null sind, also macht man einfach eine Coordinatenverlegung für beide Coordinaten um $\frac{a}{2}$, so geht die obige Gleichung mit sin in eine entsprechende mit cos über.

Man hat daher das Resultat:

Die Bauchlinien der Schwingungen $N\left(\begin{smallmatrix} m & n \\ n & m \end{smallmatrix}\right)$ der offenen

und geschlossenen quadratischen Luftplatten unterscheiden sich, wenn die Zahlen m und n beide ungerade nur dadurch, daß im demselben Curvensystem die Luftplatten an verschiedene Stellen auf das Curvensystem zu legen sind.

Fig. 5, Taf. III zeigt die bereits in Fig. 2 gezeichneten Bauchlinien in offener Luftplatte für den Ton $N \left(\begin{smallmatrix} 53 \\ 35 \end{smallmatrix} \right)$ fortgesetzt über die Luftplatte hinaus. Verlegt man nun den Koordinatenanfang von a nach e , so giebt e, f, g, h die Bauchlinien der geschlossenen Platte $N \begin{smallmatrix} 35 \\ 53 \end{smallmatrix}$, nur daß außer den geschlungenen Linien noch die durch den Punkt c gehenden geraden Linien di und bk hinzukommen.

§ 11.

Im Vorhergehenden ist im Allgemeinen angenommen, daß die Constanten α und β gleiche absolute Werthe haben; die Bauchlinien der Schwingungen sind dann stets sehr regelmässig und in Bezug auf eine oder mehrere durch die Luftplatte gelegte Linien symmetrisch. Ist nicht α genau gleich $\pm \beta$, so erhält man Schwingungen, die gegen diejenigen bei gleicher Grösse von α und β gewissermaassen als „verzerzt“ erscheinen. Man kann, wenn man die Luftplatten geeignet erregt von einer Normalfigur z. B. $\alpha = \beta$ durch das ganze System α ungleich β übergehen zu dem Fall $\alpha = -\beta$, die Fälle eingeschlossen, wo α oder β einzeln Null sind. Es werden bei den Versuchen einige solche Uebergänge oder „verzerzte“ Figuren angegeben werden. Einzelne Punkte der Luftplatte werden aber stets den Gleichungen der Bauchlinien genügen, welches Verhältniß auch die Grössen α und β zu einander haben mögen. Durch diese Punkte gehen also unter allen Umständen die Bauchlinien des betreffenden Tones. Man kann diese Punkte passend „Pole“ der Bauchlinien nennen, in Uebereinstimmung mit Strehlke, der zuerst experimentell gezeigt hat, daß die Knotenlinien einer bestimmten quadratischen Klangscheibe bei den Ver-

änderungen, welche man durch Art des Anstreichens an ihnen hervorbringen kann, stets durch gewisse feste Punkte der Klangscheibe gehen. Aus der Gleichung für die Bauchlinien der Luftplatten ist das Vorhandenseyn und die Anzahl und Lage der „Pole“ in jedem Fall so leicht herzuleiten, daß es nicht nöthig scheint, hier weiter auf dieselben einzugehen.

Die Pole der Bauchlinien der offenen Luftplatten sind identisch mit den Polen der Knotenlinien einer analogen Schwingung einer Membran.

Ferner hat Strehlke durch genaue Messungen gezeigt, daß auf quadratischen Klangscheiben sich die Knotenlinien nie schneiden, sondern an den Stellen, an denen Chladni sie als schneidend gezeichnet hat, sich einander ausweichen und zwei hyperbelförmige Aeste bilden. Es soll hier nicht auf alle die Erklärungen, die man für dies Ausweichen der Knotenlinien der Klangscheiben angeführt hat, eingegangen werden, und nur bemerkt werden, daß man bei den Luftplatten Bauchlinien erhalten kann, welche, soweit man nach Staubfiguren schließen kann, sich wirklich schneiden. Durch eine kleine Aenderung in der Erregung der Luftplatte kann man aber leicht es dahin bringen, daß die Bauchlinien sich nicht schneiden. Jedenfalls kann nun für dies Ausweichen der Bauchlinien in den Luftplatten nicht als Erklärungen angezogen werden, daß die Elasticität des schwingenden Mediums nicht nach allen Seiten hin gleich sey, auch kann man die Seiten einer quadratischen Luftplatte jedenfalls so genau gleich machen, daß aus Ungleichheit der Seiten die Bauchlinien nicht verzerrt werden können. Man erhält aber die verzerrten, sich nicht schneidenden Bauchlinien, aus der Formel für die Bauchlinien sofort, wenn man in denselben die Constanten α und β nicht genau, sondern nur genähert gleich setzt.

Diese Ungleichheit der Constanten α und β kann man experimentell gewöhnlich leicht dadurch bedingen, daß man die Luftplatte nicht genau in einem Knoten erregt.

Fig. 6, Taf. III zeigt für den Ton $N \binom{20}{02}$ die Bauchlinien einer geschlossenen Luftplatte, wenn nicht genau $\alpha = \beta$. Die Punkte 1, 2, 3, 4 sind die 4 bei dieser Schwingung vorhandenen Pole, durch die unter allen Umständen die Bauchlinien gehen. Die Form der Bauchlinien ist nicht eine Hyperbel, sondern ist einer Hyperbel nur ähnlich von der Mitte bis etwa zu den fixen Punkten, den „Polen“; in ihnen hat die Curve Wendepunkte ¹⁾.

§ 12

Nachdem die Theorie der Schwingungen der Luftplatten, so weit es nöthig, behandelt worden, wende ich mich zu der experimentellen Untersuchung dieser Schwingungen und zu einem Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit der Erfahrung. — Dabei wird es sich einerseits darum handeln, zu untersuchen, ob die sämmtlichen von der Theorie geforderten Schwingungsarten der Luftplatten, und nur diese wirklich möglich sind, und zweitens, ob den einzelnen Schwingungszuständen wirklich die theoretisch ermittelten Schwingungszahlen zukommen. — Zunächst möge noch knrz die Methode der Versuche angegeben werden, bezüglich welcher übrigens auf diese Annalen Bd. 137, S. 456 zu verweisen ist. Bei den am Rande völlig geschlossenen Luftplatten bildete eine mehrere Mm. dicke Spiegelglasscheibe, die auf einen Bogen matten schwarzen Papiers gelegt wurde, die untere Begränzung der Luftplatte; auf diese wurden Rahmen von Pappe oder Holz gelegt von genau quadratischem Querschnitt und auf diesen Rahmen wurde alsdann eine zweite 6 Mm. dicke Glasplatte gelegt, welche die obere Begränzung der Luftplatte bildete. Damit die Glasplatten auf die Rahmen gut schlössen, wurden die Rahmen unten und oben mit Flanell überzogen.

Die Dimensionen der angewandten Rahmen, also der Luftplatten waren folgende:

1) Vergleiche auch Schubring l. c.

No.	Länge d. Seite des Quadrats	Dicke des Rahmens
1	49 Mm.	4
2	98	4
3	100	6
4	138	5
5	150	6
6	158	11
7	198	5
8	200	6
9	236	11
10	288	14

Die Glasplatten schlossen durch das Gewicht der ebenen dicken Scheibe so gut auf die Rahmen, daß es nicht nöthig war, sie gegen die letzteren zu pressen, wie ich es früher gethan. Die obere Platte war durchbohrt um den Ton, den die Luftplatten geben sollten, durch einen longitudinal tönenden Stab oder Rohr in dieselben hineinzusenden. Die benutzte obere Platte war 56 Ctm. lang und 45 Ctm. breit, das Loch befand sich 16 Ctm. von der einen, und 24 von der anderen Seite entfernt, so daß durch letzteres, indem die durchbohrte Platte in geeigneter Lage auf den betreffenden Rahmen gelegt wurde, die Luftplatte an jeder beliebigen Stelle zum Tönen erregt werden konnte. Um durch das Loch in der dicken oberen Glasplatte nicht die Dicke der Luftplatten an dieser Stelle allzubeträchtlich zu vermehren, war zunächst die Glasplatte bis zur Hälfte ihrer Dicke in einer größeren Kreisfläche ausgeschliffen und dann erst durchbohrt, und in den Ausschliff hinein ein sehr dünnes Stückchen Kork gelegt, welches ein Loch von der Gröfse der Durchbohrung der Glasplatte trug. Durch dies Loch wurde der Ton einer longitudinal tönenden Glasröhre in die Luftplatte hineingesandt, und zwar einfach in folgender Weise. Ein richtig abgestimmtes Glasrohr wird unten mit einem Kork versehen, welcher einfach in das Glasrohr eingesteckt wird, und dessen Durchmesser etwas

größer seyn muß, als die Durchbohrung der Glasplatte; mit diesem Kork wird das Glasrohr auf den durchbohrten Kork aufgesetzt, in der Mitte gehalten und gerieben. — Es ergab sich nach mannigfachen Versuchen, daß dies die beste Methode zum Erregen der Luftplatten sey. Die Fig. 7 veranschaulicht die Methode; die schraffirten Theile sind Kork. — Die Glasröhren wurden dadurch abgestimmt, daß man sie so lange verkürzte, zuletzt ganz kleine Stückchen mit einer Zange abbrach, bis sie die gewünschte Länge hatten und die Staubfigur, welche in der Luftplatte sich bilden sollte, beim ersten Reiben klar und scharf auftrat.

Unter dem Loch, durch welches der Ton in die Luftplatte eintritt, entsteht stets ein einfacher umschlossener Knoten, wenn die Figur ganz regelmäsig ist; um verzerrte Figuren zu erhalten, muß man das Loch etwas von einem Knoten entfernen und die Platte erregen.

Für die am Rande ganz offenen Platten wandte ich 2 quadratische Plattenpaare an, von denen das eine Paar 155 Mm. Seite hatte, das andere 312. Je eine Platte von 155 Mm. und 312 Mm. war in der Mitte durchbohrt, um die Schwingungen zu erregen. Die nicht durchbohrte Platte wurde auf einen Klotz gelegt, um am Rande frei zu seyn, dann auf die 4 Ecken derselben kleine circa 4—5 Mm. hohe Stückchen Kork und darauf die durchbohrte Platte. Es konnten, da das Loch in der Mitte war, nur Töne erregt werden, die genau in der Mitte einen einfachen Knoten haben. Von theilweise geschlossenen Platten wurden nur solche mit 2 aneinander liegenden geschlossenen Seiten untersucht. Die Längen der Seiten der benützten Platten waren 80 Mm., 112 Mm. und 140 Mm. Als Pulver für die Staubfiguren wurde stets Korkpulver angewendet.

Um genaue Zeichnungen von den Staubfiguren anfertigen zu können, wurden die sämtlichen Staubfiguren photographirt, und zwar in folgender einfachen Weise. Nachdem ein Glasrohr für eine bestimmte Schwingung genau

abgestimmt war, und man sicher seyn konnte, die Staubfigur mit dem ersten Anreiben klar zu erhalten, wurde unter die untere Glasplatte, auf der sich die Staubfigur bildete, ein Bogen sensibles photographisches Papier gelegt, die Staubfigur hervorgerufen, sodann vorsichtig die obere Glasplatte abgenommen und das Ganze den directen Sonnenstrahlen exponirt. Nach wenigen Minuten ist das unten befindliche Papier an den Stellen geschwärzt, an denen sich keine Korktheilchen befinden, an denen aber ungeschwärzt geblieben, über die sich Korktheilchen gelagert haben. Es ist vortheilhaft, die Glasplatte, auf der die Staubfigur entsteht, nicht zu dick zu nehmen, damit die Korktheilchen sich recht nahe über dem photographischen Papier befinden. Die Photographie wird dann in gewöhnlicher Weise mit unterschwefligsaurem Natron fixirt, ausgewaschen u. s. f.

Sämmtliche in den Figuren 8—40 Taf. IV und V gezeichneten Staubfiguren sind in dieser Weise, zum großen Theil mehrfach photographirt und nach diesen Photographien die Zeichnungen angefertigt. Herr Dr. Exner, Assistent am physikalischen Laboratorium hierselbst, hat den größten Theil der Photographien mit großer Sorgfalt hergestellt.

§ 13

In den Figuren 8a bis 26 sind diejenigen Schwingungen in quadratischen Luftplatten, welche ich scharf erhalten konnte, gezeichnet. Unter jeder Staubfigur findet man eine Figur, welche mit einfachen Strichen die Bauchlinien der betreffenden Schwingung zeigt, wie dieselben theoretisch aus der Gleichung für die Bauchlinien sich ergeben, wenn man $\alpha = \pm \beta$ macht, oder eine dieser Constanten = Null ist (ausgenommen die Figuren 11b, 15b und 15d, für die $\frac{\alpha}{\beta}$ nicht gleich ± 1); die Bauchlinien sind durch die in § 7 gegebene Constructionsmethode ermittelt. Ueber jeder Figur finden sich durch einen Strich getrennt, die Werthe, welche für die betreffende Schwingung den Constanten m und n zukommen.

Aus dem Anblick der Figuren ist klar, daß die wirklich ausschattirten Schwingungen in völliger Uebereinstimmung mit den theoretischen sind. Die Stellen der stärksten Bewegung, die Bauchlinien, stimmen genau mit den unter jeder Figur gezeichneten. Zwischen die durch die Theorie gegebenen Bauchlinien sind auch noch für eine Anzahl von Figuren die Knoten eingezeichnet, und zwar sind die doppelten durch einen kleinen Kreis, die umschlossenen einfachen Knoten durch ein kleines Kreuz, die nicht umschlossenen einfachen Knoten durch ein kleines Strichelchen bezeichnet. Man wird erkennen, daß in den wirklich erhaltenen Figuren die umschlossenen einfachen Knoten stets von geschlossenen Staubrippen umgeben sind, während dies bei den anderen Knoten nicht der Fall ist.

Die Figur 11b zeigt unten eine verzerrte Bauchlinie; dieselbe entsteht, wenn man bei der Schwingung 21 das Verhältniß $\frac{\alpha}{\beta}$ nicht genau gleich ± 1 macht.

In den Figuren 15a bis 15c sind für die Schwingung 4/0, um den Uebergang von einer Form der Schwingung in eine andere zu zeigen, für 5 verschiedene Werthe von $\frac{\alpha}{\beta}$ die Bauchlinien gezeichnet, und in der That konnten dadurch, daß man das Loch, durch welches die Luftplatte erregt wird, an geeignete Stellen brachte, die 5 Schwingungsformen wirklich erregt werden.

Betrachtet man von Fig. 9 — Fig. 26 die unter den Staubfiguren befindlichen Zeichnungen der Bauchlinien, so springt sofort in die Augen, daß dieselben sehr ähnlich sind den Knotenlinien, die Chladni auf quadratischen Klangscheiben hervorgebracht hat. In der That ist auch Schubring, wie bereits oben erwähnt wurde, als er die Wheatstone'sche Constructionsmethode der Knotenlinien in mathematische Form brachte, und auf anderem Wege Radau¹⁾ zu dem Ergebniss gekommen, daß die Knotenlinien der 2gliedrigen Schwingungen einer quadratischen

1) *Moniteur scientifique* i 15 Mai 1864.

Klangscheibe *genähert*, dargestellt sind durch die Gleichung

$$\alpha \cos m \frac{\pi}{a} x \cdot \cos n \frac{\pi}{a} y \pm \beta \cos n \frac{\pi}{a} x \cdot \cos m \frac{\pi}{a} y = 0.$$

Da genähert die Knotenlinien einer quadratischen Klangscheibe übereinstimmen mit den Bauchlinien einer geschlossenen Luftplatte, so ergibt sich, daß die Staubfiguren, welche in der Luftschicht zwischen einer tönenden Klangscheibe und einer festen Platte entstehen, welche ich früher (Berichte der Berliner Academie 1868 und diese Ann. Bd. 140, S. 297) beschrieben habe, allerdings große Aehnlichkeit mit den Staubfiguren der Eigenschwingungen einer Luftplatte haben, indem nämlich unter jeder Knotenlinie der schwingenden Klangplatte eine Bauchlinie in der Luftschicht entsteht. Indessen sind deshalb durchaus nicht, wie ich bereits an einem anderen Ort ¹⁾ angeführt habe, die Schwingungen, welche in einer Luftschicht durch eine Klangscheibe erzeugt werden, Eigenschwingungen dieser Luftschicht. Die Schwingungszahl für eine bestimmte, durch eine Klangscheibe erregte Luft-Staubfigur, hängt gar nicht von den Dimensionen der Luftscheibe und der Form der Staubfigur ab, sondern blos von der Schwingungszahl der Klangscheibe. Sie ändert daher z. B. bei gleicher Staubfigur mit der Dicke der erregenden Klangplatte.

Die Figuren 27 bis 33 geben Schwingungsformen einer am Rande offenen Luftplatte; es sind diejenigen, bei denen die Luftscheibe leicht in der Mitte zum Tönen erregt werden konnte. Unter jeder Figur befindet sich wieder eine Zeichnung der theoretisch ermittelten Bauchlinien und über denselben die numerischen Werthe von m/n . In einige der unteren Figuren sind gleichfalls die Knoten eingezeichnet.

Man sieht, daß bezüglich der Formen der Schwingungen auch für die offenen Luftplatten Theorie und Experimente gut stimmen.

Die unteren Zeichnungen mit den Bauchlinien stellen

1) Diese Ann. Bd. 140.

zugleich genau die Knotenlinien der betreffenden Schwingungen m/n einer quadratischen Membran dar.

Die Figuren 34 bis 40 veranschaulichen Schwingungen einer quadratischen Luftplatte, welche an 2 anliegenden Seiten geschlossen, an den anderen beiden offen ist. Die geschlossenen Seiten sind links und unten. Unter den schattirten Zeichnungen sind die theoretisch ermittelten Bauchlinien angegeben. Man sieht, daß auch hier bezüglich der Schwingungsformen Theorie und Erfahrung stimmen.

§ 14.

Es bleibt schließlic zu untersuchen, ob die wirklichen Schwingungszahlen der Luftplatten bei den verschiedenen Schwingungsformen übereinstimmen mit den von der Theorie gegebenen.

Es ist, wie bereits in der Einleitung angedeutet wurde, nur bei den am Rande ganz geschlossenen Platten eine Uebereinstimmung der Theorie mit den Experiment zu erwarten, denn für die am Rande ganz offenen oder theilweise offenen Platten ist die Annahme, die der Theorie zu Grunde liegt, daß die Verdichtung am Rande stets Null sey, in Wirklichkeit nicht erfüllt. Es müssen daher die theoretischen Schwingungszahlen von den wirklichen bei den offenen Luftplatten aus eben dem Grunde abweichen, aus welchem die theoretischen Schwingungszahlen der tönenden an den Enden offenen Luftsäulen nicht mit den wirklich beobachteten stimmen.

Die Ermittlung der Schwingungszahlen wurde in folgender Weise vorgenommen. Das Glasrohr, welches zum Erregen irgend einer Schwingung m/n gedient hatte (es mag hier bemerkt werden, daß bei den geschlossenen Luftplatten alle Schwingungen eines bestimmten m/n z. B. die 5 Figuren 15 a bis 15 e durch ein einziges longitudinal tönendes Rohr erregt wurden), wurde sodann benutzt um in einer Glasröhre, in die etwas Lycopodium geschüttet war, die Luft in Schwingungen zu versetzen, so daß in

dem Glasrohr die früher von mir beschriebenen Staubwellen entstanden. Die Länge dieser Staubwellen wurde in bekannter Weise gemessen. Der Werth der Schallgeschwindigkeit der Luft bei der bestimmten Temperatur, bei der die Versuche gemacht wurden, dividirt durch die Länge der im Rohr gemessenen Staubwelle, giebt sodann direct die wirkliche Schwingungszahl des Glasrohres und somit die der Luftplatte.

Die Versuche wurden im Sommer 1872 durchschnittlich bei einer Temperatur von 20° C. angestellt, und wurde daher für die Schallgeschwindigkeit der Werth 342 Met. zu Grunde gelegt.

Die Resultate der Versuche sind in der folgenden Tabelle No. 2 zusammengestellt.

Tabelle 2.

Schwin- gungsform	Seiten- länge der benutzten Platte	$\frac{\lambda}{2}$ beob- achtet	$\frac{\lambda}{2}$ berech.	n beobach.	n berech.	Differenz in Proc.
1/0	49 ^{mm}	48,7	49,0	3511	3490	+ 0,6
1/1	98	70,1	69,3	2439	2468	— 1,2
2/0	138	68,0	69,0	2515	2478	+ 1,5
2/1	138	61,8	61,7	2767	2771	— 0,1
2/2	138	48,5	48,8	3526	3505	+ 0,6
3/0	138	46,0	46,0	3717	3717	± 0,0
3/2	100	27,8	27,7	6151	6166	— 0,2
4/0	150	37,5	37,5	4560	4560	± 0,0
3/3	158	37,7	37,2	4536	4592	— 1,2
4/2	150	33,8	33,5	5059	5098	— 0,8
4/3}	158	31,5	31,6	5429	5411	+ 0,3
5/0)						
5/2	236	44,5	43,8	3843	3902	— 1,5
4/4	150	26,5	26,5	6453	6449	+ 0,1
5/3	236	40,8	40,5	4191	4225	— 0,8
(es	198	33,3	33,0	5135	5182	— 0,9
enen	6/2	236	37,7	4536	4583	— 1,3
B.	6/3	236	35,8	4776	4861	— 1,7
inal	7/0	236	33,4	5120	5072	+ 0,9

Die Tabelle enthält:
in der ersten Verticalreihe die Werthe m/n . In der zweiten
die Größe der quadratischen Luftplatte, welche die be-

treffende Figur gab. In der dritten, die in dem Staubwellenrohr wirklich gemessene halbe Wellenlänge des Tones der Luftplatte (bei 20° C.).

In der vierten Columnne diejenige berechnete halbe Wellenlänge, welche sich aus der theoretischen Schwingungszahl der Schwingung mit Zugrundelegung der Schallgeschwindigkeit 342 Meter ergibt, also die theoretische halbe Wellenlänge des Tones.

In der fünften Columnne sind die Schwingungszahlen, aus den wirklich beobachteten $\frac{\lambda}{2}$ berechnet, angegeben. Columnne 6 enthält die theoretischen Schwingungszahlen der Luftplatte. In Columnne 7 finden sich die Differenzen der wirklichen und theoretischen Schwingungszahlen in Procenten des theoretischen Werthes.

Man sieht, daß die wirklich beobachteten Staubwellen mit denen, welche den theoretischen Tönen der Luftplatte entsprechen würden, innerhalb der Gränzen, in denen man es irgend erwarten kann, übereinstimmen. Die Abweichungen der wirklich beobachteten Schwingungszahlen von den theoretischen betragen im Durchschnitt nicht 1 Proc. des theoretischen Werthes. Diese Abweichungen sind sicher nur Beobachtungsfehler, und einerseits dadurch bedingt, daß die Temperatur bei den Versuchen nicht constant war, andererseits dadurch, daß der Einfluß der innern Reibung der Luft und des Wärmeaustausches bei den Schwingungen in der Luftplatte und in dem Rohr, in welchem gemessen wurde, sich in verschiedenem Maasse geltend macht.

Es wurden sodann auch von den Schwingungsformen der offenen Luftplatten, die in der Figurentafel gezeichnet sind, die Wellenlängen und Schwingungszahlen bestimmt.

Die Tabelle 3 enthält, in derselben Weise angeordnet wie Tabelle 2, die Resultate.

Tabelle 3.

Schwingungsform	Seitenlänge der Platte	$\frac{\lambda}{2}$ beobachtet	$\frac{\lambda}{2}$ berech.	n beobachtet	n berech.	Differenz in Proc.
1/3	155	49,7	49,0	3441	3489	— 1,4
3/3	155	42,2	36,5	4052	4681	— 13,4
5/1	312	63,4	61,2	2697	2795	— 3,5
5/3	312	56,7	53,5	3016	3196	— 5,9
7/1	312	44,5	44,1	3843	3876	— 0,9
9/1	312	35,3	34,4	4844	4963	— 2,4

Die procentische Differenz der wirklichen und theoretischen Schwingungszahlen ist hier stets positiv und wesentlich größer als bei den ganz geschlossenen Platten. Die wirklichen Schwingungszahlen sind gegen die theoretischen sämtlich zu klein, also die wirklichen Töne zu tief, gerade wie bei den an den Enden offenen Luftsäulen.

Endlich enthält Tabelle 4 die gleichen Bestimmungen für die an 2 anliegenden Seiten geschlossenen Platten, welche in der Figurentafel gezeichnet sind, mit Ausnahme der Schwingung 0,0, für die das Glasrohr zerbrochen war.

Tabelle 4.

Schwingungsform	Seitenlänge der Platte	$\frac{\lambda}{2}$ beobachtet	$\frac{\lambda}{2}$ berech.	n beobachtet	n berech.	Differenz
0/1	80	54,4	53,3	3143	3206	— 1,9
1/1	80	40,1	37,7	4264	4534	— 6,0
2/0	140	56,8	56,0	3011	3054	— 1,4
2/1	140	49,0	48,0	3490	3561	— 2,0
3/0	112	32,9	32,0	5198	5344	— 2,8
2/2	140	41,9	39,6	4081	4318	— 5,5

Auch hier sind die wirklichen Töne zu tief gegen die theoretischen, und ist die Differenz zwischen Beobachtung und Theorie wesentlich größer als bei den ganz geschlossenen Luftplatten. Als Gesamtergebnis der Untersuchung kann man daher angeben:

Die Schwingungen der quadratischen ganz geschlossenen Luftplatten, so weit dieselben genau experimentell untersucht wurden, sind sowohl bezüglich der Schwingungsformen wie der Schwingungszahlen, in völlig genügender und guter Uebereinstimmung mit der Theorie.

Bei den am Rande ganz oder theilweise offenen Luftplatten sind die wirklich beobachteten Schwingungsformen in den Gränzen, in denen ein Vergleich angestellt werden kann, den durch die Theorie gegebenen gleich. Die wirklichen Schwingungszahlen sind aber gegen die von der Theorie geforderten zu klein, und zwar entschieden aus demselben Grunde, aus dem man bei an den Enden offenen Luftsäulen die Töne zu tief findet, gegen diejenigen, welche die gewöhnliche Theorie giebt. Es ist nämlich an den offenen Rändern die Verdichtung nicht Null, wie es doch in der theoretischen Behandlung als erste Annäherung an den wirklichen Vorgang angenommen wird.

Straßburg, Mai 1873.

**II. Ueber Aenderung der Tonhöhe durch Ortsveränderung der Schallquelle und eine darauf gegründete Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles;
von Dr. Schüngel in Herzogenbusch.**

Man wird sich der Versuche erinnern, welche Buys-Ballot vor mehreren Jahren auf einer holländischen Eisenbahn angestellt hat, um in Anschluß an die bekannte Doppler'sche Theorie zu untersuchen, ob ein Ton höher oder tiefer erscheine, als er wirklich ist, wenn seine Schallquelle sich dem Wahrnehmer nähert resp. sich von demselben entfernt (Pogg. Ann. 66, S. 321). Da hierbei die

scheinbare Tonhöhe eines Hornes, welches auf einer vorüberfahrenden Locomotive geblasen wurde, durch Vergleichung mit demselben auf den Stationen geblasenen Ton von Musikern geschätzt werden mußte, so ließen diese Versuche keine genaueren Resultate zu, wenngleich stets ein Zunehmen der Tonhöhe bei Annäherung und ein Abnehmen bei Entfernung des Instruments constatirt werden konnte. Die Schätzung des Unterschiedes zwischen objectivem und subjectivem Ton war nämlich mit besonderen Schwierigkeiten verbunden. Erstens betrug die Zeit der Wahrnehmung bei einer Geschwindigkeit der Locomotive von 25 Metern nur eine Secunde, da in größerer Entfernung bei dem Geräusche der Maschine die Töne nicht mehr gut wahrnehmbar waren. Durch Verminderung der Geschwindigkeit der Locomotive konnte die Wahrnehmungszeit wohl vergrößert werden; dagegen wurde dann auch der Unterschied der objectiven und subjectiven Töne kleiner und ein gleicher Fehler in der Schätzung der Tonhöhe von größerem Einfluß. Zweitens scheint ein genaues Unisono der zu vergleichenden Instrumente nicht immer vorhanden gewesen zu seyn. Drittens konnten die Schätzungen der Musiker nur in Achtel-, seltener in Sechzenteltonen angegeben werden; einige hatten nichts anders aufgezeichnet als: „nahe $\frac{1}{2}$ mehr; mehr als $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ “ usw. Daß sich bei solchen Schwierigkeiten in den Zahlenangaben der Musiker zuweilen Unterschiede bei der Schätzung desselben Tones zeigten, welche die GröÙe der Veränderung der Tonhöhe unsicher machen, ist nicht zu verwundern, wenn man bedenkt, daß es selbst für ein geübtes Ohr unter günstigen Umständen nicht leicht ist, den Unterschied zweier Töne auf ein Sechzentelton genau anzugeben. — Was endlich die Bezeichnung der Schätzungen der Musiker anlangt, so entstand dabei eine neue Schwierigkeit, nämlich die Frage, ob die Musiker sich unter einem halben Ton ein Intervall der temperirten oder der reinen Scale vorgestellt hatten. Da dies nicht bei allen zu constatiren war, so bezeichnete Buys-Ballot

den Unterschied zwischen der nach der Theorie bezeichneten und der geschätzten Vermehrung resp. Verminderung der Tonhöhe nach beiden Scalen und fand, daß die eine Schätzung sich besser der reinen, die andere besser der temperirten Stimmung anschloss.

Ich habe dergleichen Versuche in einer andern Form angestellt, wobei alle genannten Schwierigkeiten und Unsicherheiten wegfallen; ich benutzte dazu nämlich die Schwebungen, welche zwei nahe gleich gestimmte, auf Resonanzkasten stehende Stimmgabeln machen. Die Stimmgabeln sind aus der Fabrik des Hrn. König; die eine (I) macht 512, die andere (II) 508 Schwingungen in der Secunde. Daraus resultiren also genau 4 Schwebungen in der Secunde, wenn beide Stimmgabeln in Ruhe sind. Erhält aber eine der zwei Gabeln — nehmen wir die Gabel II — eine Bewegung nach dem Beobachter hin, so muß sich ihre Schwingungsmenge scheinbar vergrößern, also in diesem Falle die Zahl der Schwebungen vermindern. Wenn man nun bei einer bestimmten Geschwindigkeit der Gabel die Zahl der auf eine Secunde fallenden Schwebungen genau bestimmen kann, so ist damit auch die subjective Tonhöhe dieser Gabel gegeben durch Vergleichung mit der constanten Tonhöhe der ruhenden Gabel I. Zu diesem Zwecke liefs ich die Bewegung der Gabel II im Momente eines Stosses beginnen und im Momente eines der folgenden Stöße aufhören und suchte dabei auf's genaueste zu bestimmen 1) die Zeit, in welcher eine bestimmte Anzahl auf einander folgender Stöße hörbar wurde und 2) die Geschwindigkeit der Gabel. Beides, Zeit und Geschwindigkeit, erhielt ich zugleich auf folgende Weise.

Aus einem Drucktelegraphen ¹⁾ und einem Secundenpendel construirte ich mir ein galvanisch-registrirendes Uhrwerk (Fig. 1, Taf. VI). Das Pendel *P* schloss alle Secunden für einen Augenblick den Strom der Batterie *B*,

1) Derselbe war ein selbstthätiger Schreibapparat von Siemens und Halske mit repetirbarer Schnelligkeit. Ich verdanke die Benutzung dieses ausgezeichneten Apparates der Güte des Hrn. Collette, Inspecteur der Staatstelegraphen.

der durch das Relais lief. Dadurch wurde der Strom der Batterie *B* geschlossen und auf dem Depeschepapier des Telegraphen *T* eine Reihe von Punkten markirt, deren Abstände mit der Dauer einer Secunde correspondirten. Unabhängig davon konnte durch den Schlüssel *S* der Strom der Batterie *B'* geschlossen werden, von dem ein Theil ebenfalls die Windungen des Relais durchlief. Blieb nun der Schlüssel, während der Bewegung der Gabel *II*, niedergedrückt, so entstand auf dem Papier des Telegraphen eine Linie, deren Länge der Dauer jener oben erwähnten Anzahl Schwebungen entsprach. Hiebei kam es zuweilen vor, daß Anfang oder Ende dieser Linie durch Zusammenfallen mit den Secundenpunkten unsicher wurden. Die Versuche, bei welchen dieß stattfand, habe ich natürlich vernichtet.

Dasselbe Niederdrücken und Heben des Schlüssels bewirkte aber auch Anfang und Ende der Bewegung der Stimmgabel. Der größere Theil des Stromes der Batterie *B'* lief nämlich durch die Windungen des Elektromagnets *E*. Beim Niederdrücken des Schlüssels wurde durch diesen Magnet ein Anker *A* angezogen, der das eine Ende eines zweiarmigen Hebels bildete; das andere Ende trug einen Bügel *C*, in welchem sich die Axe einer kleinen drehbaren Rolle befand. Durch das Anziehen des Ankers wurde diese Rolle gegen den Rand einer Scheibe *D* angedrückt, die ebenfalls um ihre Axe leicht beweglich war. In einer Rinne am Umfang dieser Scheibe war eine Schnur befestigt; ein Wägelchen, welches die Gabel *II* trug, war mit dem anderen Ende der Schnur verbunden. Die Rolle des Bügels wurde durch ein schweres Schwungrad in fortdauernder Rotation erhalten, sowohl wenn die Rolle die Scheibe nicht berührte, als auch, wenn sie gegen dieselbe angedrückt war. Auf diese Weise wurde durch das Niederdrücken des Schlüssels die Scheibe in gleichförmige Rotation und das Wägelchen mit der Gabel in gleichförmige Bewegung versetzt. Wurde nun der Schlüssel wieder gehoben, so wurde der Anker *A* durch eine Feder *F* vom Elektromagnete abgerissen; im selben

Momente entfernte sich die Rolle von der Scheibe und ein am Bügel befestigtes Messer schnitt in die dem Centrum zugekehrte scharfe Kante einer Rinne, welche in die obere Fläche der Scheibe gedreht war. Hiedurch wurde ein sofortiges Aufhören der Rotation der Scheibe und folglich der Bewegung des Wägelchens ¹⁾ bewirkt. Es brauchten nun, um die Data für die Berechnung der Versuche zu erhalten, nur die vom Wägelchen zurückgelegte Strecke, die Länge der Linie auf dem Depeschepapier und der Abstand der Secundenpunkte ²⁾ gemessen zu werden.

Was die bei den Versuchen beobachteten Vorsichtsmaafsregeln angeht, so habe ich selbstverständlich alles nach Möglichkeit vermieden, was die Genauigkeit der Resultate hätte beeinträchtigen können. Telegraph, Relais und Pendel waren zur Vermeidung störender Geräusche in einem benachbarten Raume aufgestellt; die stählernen Axen der Rolle, der Scheibe und des Wägelchens liefen in gut passenden Büchsen von Messing; die Rolle war mit Kautschuckring und die Räder des Wägelchens mit Ringen von Flanell umgeben. Mein Ohr hatte ich zur besseren Wahrnehmung der Stöße mit einer als Resonator dienenden Zinkröhre bewaffnet, die auf den Ton der Gabeln abgestimmt war. Das Wägelchen hatte stets eine genau nach meinem Ohr gerichtete Bewegung; die von demselben durchlaufene Strecke wurde möglichst genau ³⁾ und die Abstände der Secundenpunkte sowie die Länge der

- 1) Siehe darüber weiter unten.
- 2) Der Abstand je zweier auf einander folgenden Secundenpunkte betrug bei den Versuchen im Mittel etwa 80 Millimeter.
- 3) Diese Messung geschah mit dem Maafsstabe. Dabei bestimmte ich den Endpunkt der Strecke auf folgende Weise. Ich sorgte dafür, daß im Anfange und während der Bewegung die Schnur stets gespannt blieb bis zum Momente, wo die Scheibe stillstand. Das Wägelchen lief nun zwar weiter durch; da dasselbe aber während seines Laufes nicht seitlich ausweichen konnte, so brauchte ich es nach dem Versuche nur so weit wieder zurückzuziehen, daß die Schnur wieder gespannt war.

Linie auf dem Papier, mit einem ausgezeichneten Kathetometer gemessen. — Um die Coincidenz des Arbeitens des Telegraphen mit der Bewegung des Wägelchens zu controliren, fehlte mir ein Hülfsmittel. Doch glaube ich, daß es mir gelungen ist, durch Regulirung der Stromstärke der beiden Batterien B'' und B''' , der Stärke der Feder F , der Abstände des Ankers A vom Elektromagnet E , der Rolle von der Scheibe und des Relais-Ankers von der gegenüberstehenden Schraube die fragliche Ungenauigkeit auf ein Minimum reducirt zu haben.

Die Hauptschwierigkeit bei den Versuchen liegt im rechtzeitigen Niederdrücken und Heben des Schlüssels. Während das Wägelchen sich noch in Ruhe befand, die Stimmgabeln aber schon angeschlagen waren, machte ich mit der Hand unmittelbar über dem Knopfe des Schlüssels eine taktmäßige Bewegung, so daß jedesmal im Maximum eines Stoßes meine Hand die tiefste Stelle in ihrer Bewegung innehatte und dabei den Knopf leicht berührte. Nachdem meine Hand sich so die richtige Bewegung angeeignet, fiel sie dann im Momente eines Stoßes auf den Knopf und verminderte nun sofort die Anzahl der Stöße. Ich begann nun die folgenden Stöße mitzuzählen und mit meiner Hand, die den Schlüssel niedergedrückt hielt, wieder eine kleine Bewegung zu machen, um genau im Momente eines der folgenden Stöße den Strom der Batterie B'' plötzlich unterbrechen zu können. Während der Bewegung der Gabel vertheilt sich aber die ganze Masse des Stoßes — wenn dieser Ausdruck erlaubt ist — wegen der geringern Zahl der Stöße über eine längere Zeit, so daß der Moment des Maximums der Intensität nun nicht mehr so genau zu bestimmen ist. Außerdem ist es nicht leicht, wenn das Ohr sich einmal an den Takt der vier Stöße in der Secunde bei der ruhenden Gabel gewöhnt hat, sich sofort einem langsameren Tempo der Stöße anzuschließen. Anfänglich liegt hierin eine große Schwierigkeit, die noch vermehrt wird durch das nicht zu vermeidende Geräusch des Wägelchens, des Aufschlagens

des Schlüssels, der Rolle usw. So kommt es, daß selbst ein feines Ohr eine mehr oder weniger lange Uebung nöthig haben wird, ehe es die Stöße während der Bewegung der Gabel mit Sicherheit zu unterscheiden vermag. Mit einem guten Helmholtz'schen Resonator, wie ich ihn allerdings nicht hatte, wird es indess wohl leichter gehen. Von den unten angegebenen Versuchsreihen kann ich nur sagen, daß ich mir, ehe sie angestellt wurden, durch eine lange Uebung die nöthige Sicherheit in der richtigen Handhabung des Schlüssels zu verschaffen suchte.

Die folgende Tabelle I, für welche die objective Schwingungszahl n der beweglichen Gabel 508 ist, enthält in der ersten Verticalreihe die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles v , welche mit Berücksichtigung des Thermometers, des Barometers und des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft berechnet wurde unter Zugrundelegung einer Normalgeschwindigkeit von 332,77 Meter, welchen Werth Schröder van der Kolk aus Discussion der Versuche von van Beek und Moll abgeleitet hat. Die zweite Reihe enthält die Geschwindigkeit v' der Gabel für die einzelnen Versuche, gefunden durch Division des Weges ω durch die Zeit t ; Reihe III: die Zahl s der in einer Secunde hörbaren Schwebungen, die man erhält als Quotienten der wahrgenommenen Anzahl Schwebungen und der Zeit; Reihe IV: die wahrgenommene Schwingungszahl der Gabel II, die gefunden wurde aus dem Unterschiede der Schwingungszahl der ruhenden Gabel I und der Zahl der auf eine Secunde kommenden Schwebungen; Reihe V: die nach der Formel $n' = \frac{nv}{v - v'}$ berechnete Schwingungszahl, und die letzte Reihe den Unterschied zwischen wahrgenommener und berechneter Schwingungszahl. Hier sey noch bemerkt, daß die Zahl der abgezählten Stöße 9 war.

Um nun auch die Verminderung der Schwingungszahl bei Entfernung der Schallquelle zu constatiren, brauchte ich die Aufstellung einzelner Theile des Apparates nur

etwas zu ändern. Doch stellte ich bei dieser Versuchsreihe die Gabel I von 512 Schwingungen auf das Wägelchen, weil anders eine Vermehrung der Stöße stattgefunden hätte, wodurch das Zählen mühsamer geworden wäre. Tabelle II enthält *mutatis mutandis* die hierbei erhaltenen Resultate unter denselben Bezeichnungen wie Tabelle I.

Tabelle I. $n = 508$.

	v	$v' = \frac{w}{t}$	s	$n' = 512 - s$	$n' = \frac{nv}{v - v'}$	
1	342,21 M.	0,90 M.	2,8 —	509,2 +	509,3 +	0,1
2	"	0,90	2,6 +	509,4 —	509,3 +	0,1
3	"	0,93	2,6 +	509,4 —	509,4 —	0,0
4	"	0,94	2,6 +	509,4 —	509,4 —	0,0
5	"	0,94	2,6 —	509,4 +	509,4 —	0,0
6	"	0,95	2,7 —	509,3 +	509,4 —	0,1
7	"	0,96	2,5	509,5	509,4 +	0,1
8	"	0,97	2,6 —	509,4 +	509,4 +	0,0
9	"	0,98	2,6 —	509,4 +	509,5 —	0,1
10	"	1,01	2,5 +	509,5 —	509,5	0,0
11	"	1,01	2,5 +	509,5 —	509,5 +	0,0
12	"	1,02	2,5 —	509,5 +	509,5 +	0,0
13	"	1,03	2,5 —	509,5 +	509,5 +	0,0
14	"	1,04	2,4 +	509,6 —	509,5 +	0,1
15	"	1,05	2,3 +	509,7 —	509,6 —	0,1
16	"	1,06	2,5 —	509,5 +	509,6 —	0,1
17	"	1,10	2,4 —	509,6 +	509,6 +	0,0
18	"	1,11	2,3 —	509,7 +	509,7 —	0,0

Tabelle II. $n = 512$.

	v	$v' = \frac{w}{t}$	s	$n' = 508 + s$	$n' = \frac{nv}{v - v'}$	
1	340,36 M.	0,91 M.	2,7 +	510,7 +	510,6 +	0,1
2	"	0,91	2,5 +	510,5 +	510,6 +	0,1
3	"	0,92	2,7 +	510,7 +	510,6 +	0,1
4	"	0,92	2,6 +	510,6 +	510,6 +	0,0
5	"	0,95	2,5 —	510,5 —	510,6 —	0,1
6	"	0,96	2,6 —	510,6 —	510,6 —	0,0
7	"	0,97	2,5 +	510,5 +	510,5 +	0,0
8	"	0,97	2,5 +	510,5 +	510,5 +	0,0
9	"	0,98	2,6 —	510,6 —	510,5 +	0,1
10	"	0,98	2,6 —	510,6 —	510,5 +	0,1
11	"	1,00	2,5 +	510,5 +	510,5 —	0,0
12	"	1,01	2,5 —	510,5 —	510,5 —	0,0
13	"	1,02	2,5 —	510,5 —	510,5 —	0,0
14	"	1,04	2,4 +	510,4 +	510,4 +	0,0
15	"	1,05	2,3 +	510,3 +	510,4 +	0,1

Durch vorstehende Versuche habe ich allerdings die Richtigkeit der Formeln $n' = \frac{nv}{v - v'}$ nicht bewiesen, wohl aber ist dadurch die bei der Bewegung einer Schallquelle statthabende Vermehrung resp. Verminderung der Schwingungsmenge dargethan. Will man indessen die Formeln als bewiesen annehmen, so lassen sich derartige Versuche benutzen, um damit umgekehrt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles zu bestimmen: $v = \frac{v' n'}{n' - n}$; und ich werde zeigen, daß eine auf diese Weise vorgenommene Bestimmung der GröÙe v erhebliche Vorthelle bietet. Hierbei handelt es sich vorall um zweierlei: erstens um die im Apparate selbst liegenden Fehlerquellen, und zweitens um die Sicherheit in der Handhabung des Schlüssels.

Was den ersten Punkt betrifft, so braucht man die Fixirung der Bahn des Wägelchens durchaus nicht auf die etwas schwerfällige Art auszuführen, welche meine bescheidenen Hülfsmittel mir vorschrieben. Man wird viel besser das Wägelchen durch einen absonderlichen Motor schon vorher in Bewegung setzen, ehe man den Schlüssel niederdrückt. Dabei hat man auch den Vorthell, daß unmittelbar vor dem Niederdrücken des Schlüssels der Tact der Stöße derselbe ist wie nachher. Um dabei aber die Punkte zu erhalten, wo das Wägelchen sich im Momente des Niederdrückens und Hebens des Schlüssels befindet, kann man einen Zweigstrom der Batterie B'' durch die Windungen eines auf dem Wägelchen sich befindenden Elektromagnets führen und die genannten Punkte durch einen am Anker befestigten Stift auf einem unterlegten Papiere bezeichnen lassen. Die einzige Fehlerquelle in diesem Theile des Apparates läge nun darin, daß nach dem Schließsen des Stromes einige Zeit vergeht, ehe der Stift das Papier erreicht; doch kann die daraus resultirende Ungenauigkeit so klein gemacht werden, daß sie füglich vernachlässigt werden kann. Dagegen ist eine andere Fehlerquelle von größerer Bedeutung: eine Linie,

welche der Telegraph zeichnet, ist nicht genau so lang, als sie seyn müßte. Es wird nämlich nach dem Niederdrücken des Schlüssels einige Zeit verlaufen, ehe der Relais-Anker so weit angezogen ist, daß der Strom der Batterie B'' geschlossen wird, und darauf muß der Anker des Telegraphen wieder eine kleine Bewegung machen, ehe der Schreibstift anfängt, die Dauer des Versuches aufzuzeichnen. Der dadurch entstandene Fehler wird sich beim Wiederheben des Schlüssels, wo ähnliche Verhältnisse stattfinden, wohl nicht gänzlich compensiren; und so wäre es möglich, daß diese, in der Zeitbestimmung gemachte Ungenauigkeit zu groß würde, um ihren Einfluß auf das Endresultat vernachlässigen zu können. Unter der Voraussetzung, daß die beiden Anker des Relais und des Telegraphen eine gleiche Zeit zu ihrer Bewegung nöthig haben, liesse sich indeß annehmen, daß sich der in Rede stehende Fehler auf die Hälfte vermindern würde, wenn man den Strom der Batterie B'' mit Umgehung des Relais direct durch den Telegraphen führte; und könnte man diesen Umstand benutzen, um die Gröfse des Fehlers annähernd zu finden. Hierzu wäre nur ein zweiter „Vergleichungs-Apparat“ — ebenfalls bestehend aus Telegraph, Relais und Pendel — zu construiren, in welchem der Strom, der das Aufzeichnen der Zeit-Linie bewirkt, direct durch den Telegraphen T_1 geleitet würde; und dieser Apparat so mit dem Hauptapparate zu verbinden, daß beide Ströme, B'' und B_1 durch denselben Schlüssel geschlossen würden (Fig. 2, Taf. VI). Bei gehöriger Regelung der Widerstände in den alsdann entstehenden Zweigströmen ist nicht zu befürchten, daß durch den Strom B'' die Wirkung von B_1 im Vergleichungs-Apparate unsicher gemacht würde und umgekehrt. Durch jedes beliebige Niederdrücken und Heben des Schlüssels liesse sich so constatiren, ob die in beiden Telegraphen beschriebenen Linien vollkommen gleiche Zeit andeuten oder nicht. Ist letzteres der Fall, so kann dies nur herrühren von einem Unterschiede der Fehler in beiden Apparaten; und

aus diesem Unterschiede liefse sich dann unter Zugrundelegung obiger Annahme auf den Fehler des Hauptapparates schließen. Wenn alle Elektromagnete und Hebel gleich sind, und die Stärke aller Ströme gleich gemacht wird, so würde sich theoretisch gegen eine solche Vergleichung wohl nichts einwenden lassen; ob sie aber practisch ausführbar sey, wird von der Güte der benutzten Instrumente abhängen.

Der zweite hier in Betracht zu ziehende Umstand, die Geschicklichkeit und Sicherheit, womit der Experimentirende den Schlüssel zu handhaben vermag, ist natürlich nicht allgemein zu behandeln; doch ist dieß nicht so schlimm, als es auf den ersten Blick scheinen könnte. Meiner Ansicht nach, ist die mit den Stößen correspondirende Bewegung der Hand am sichersten auszuführen, wenn man etwa 4 Stöße in der Secunde hört. Man würde demnach am besten zwei Gabeln zu den Versuchen wählen, die in der Ruhe etwa 3 Stöße machen und der einen eine solche Geschwindigkeit mittheilen, daß während der Bewegung 4 Stöße oder auch etwas mehr entstünden. Wenn nun auch jeder einzelne Versuch mit einem größeren oder kleineren Fehler behaftet ist, so existirt doch kein Grund dafür, daß sie in einer Versuchsreihe vorzugsweise nach einer und derselben Seite gemacht werden, also vorzugsweise positiv oder negativ seyn sollen. Mit derselben Wahrscheinlichkeit, mit der man erwarten kann, daß sich positive und negative Fehler das Gleichgewicht halten, wird man auch annehmen können, daß sich der mittlere Werth aus mehreren Versuchsreihen dem wahren Werthe nähere.

Als Illustration zu dem Gesagten will ich den folgenden Versuch mittheilen, den ich angestellt habe, um annäherungsweise die Genauigkeit zu ermitteln, mit der meine durch das Gehör dirigirte Hand in dem Falle von vier Stößen in der Secunde den Schlüssel handhabte. Ich überzeugte mich erst mit Hülfe des Pendels, des Telegraphen und des Schlüssels, daß die oft genannten

Gabeln genau vier Stöße in der Secunde machten. Hierzu drückte ich den Schlüssel zweimal kurz nieder bei zwei Stößen, die um 100 Schwebungen von einander lagen, und fand die inzwischen verlaufene Zeit ohne bemerkenswerthen Fehler = 25 Secunden. Ich maafs darauf auf die oben bei den Versuchen beschriebene Weise die Zeit von 5 Schwebungen, die also genau = 1,25 Secunden seyn mußte, wenn ich den Fehler des Apparates, den ich übrigens möglichst klein zu machen suchte, vernachlässige. Bei 38 auf einander folgenden Versuchen war der hierbei gemachte Fehler noch nicht $1\frac{1}{2}$ Hundertel-Secunde für den einzelnen Versuch, wenn bei der Berechnung allein die absolute Gröfse des Fehlers berücksichtigt wurde. Der Fehler aber war bald positiv, bald negativ; suchte ich nun unter Berücksichtigung des Vorzeichens des Fehlers den mittleren Werth der Dauer der 5 Schwebungen aus den 38 Versuchen, so ergab sich dabei ein Fehler, der kleiner war als 1 Tausendtel-Secunde. So lange man den Fehler des Apparates nicht kennt, kann man allerdings, wo es sich hier um Hundertel von Secunden handelt, aus diesen Resultaten keine genauen absoluten Werthe ableiten; doch wird man meiner Behauptung zustimmen, daß daraus wohl hervorgeht, daß diese Art der Zeitbestimmung, wobei die taktmäßige Bewegung der Hand durch das Gehör dirigirt wird, zu dergleichen feinen Versuchen recht wohl benutzt werden kann.

Der Fehler in der Zeitbestimmung wird in der Zahl der subjectiven Schwingungsmenge mit der Dauer des Versuches noch vermindert, während er die Gröfse σ' offenbar gar nicht beeinflusst.

Wie groß die zu erreichende Genauigkeit seyn mußte, um ein sicheres Resultat für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles zu erzielen, sieht man am besten daraus, daß bei 2 Gabeln von 509 resp. 512 Schwingungen und einem Werthe $\sigma' = 0,8$ Meter ein Fehler von 0,001 in der subjectiven Schwingungszahl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur um etwa $\frac{1}{4}$ Meter verändern würde.

Schließlich mache ich noch darauf aufmerksam, daß man aus dem gefundenen Werthe von v mit größter Sicherheit den Normalwerth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ableiten kann; da man es hier mit ruhiger Luft zu thun hat, deren Temperatur und Feuchtigkeitsgehalt sich mit aller wünschenswerthen Genauigkeit ermitteln lassen.

Ich unterbreite den Vorschlag, die Geschwindigkeit des Schalles auf genannte Weise zu bestimmen, dem Urtheile der Physiker, da ich keine Aussicht habe, die Versuche selbst anstellen zu können. Es würde für mich eine Genugthuung seyn, wenn man finden sollte, daß die dabei zu überwindenden Schwierigkeiten die Ausführung nicht unmöglich machen, und wenn es dem einen oder andern Physiker gelänge, die bis jetzt vorhandenen Bestimmungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit um eine genaue Arbeit zu vermehren.

III. Ueber die Aenderungen der Elasticität und der Länge eines vom galvanischen Strome durchflossenen Drahtes; von Dr. Heinrich Streintz.

(Auszugsweise aus den Sitzungsber. der Wiener Academie der Wissensch.
Bd. LXVII, Abth. II, Aprilheft 1873, vom Verf. mitgetheilt.)

1. **U**nter den Abhandlungen Wertheim's über die Elasticität fester Körper findet sich auch eine, welche „vom Einflusse des galvanischen Stromes und des Elektromagnetismus auf die Elasticität der Metalle“ handelt, und deutsch wiedergegeben ist in diesen Ann. Ergänzungsband II, S. 99. Wertheim kommt bei diesen Untersuchungen zu dem Resultate, daß der galvanische Strom,

während er den Leitungsdraht durchfließt, die Elasticität desselben ändert.

In denselben Annalen (Bd. 129, S. 15 und Bd. 131, S. 337) befinden sich auch zwei Abhandlungen von Er. Edlund, aus welchen hervorgeht, daß die Elasticität der Drähte durch den galvanischen Strom nicht anders geändert wird als durch eine Erwärmung ohne Strom zur gleichen Temperatur, daß jedoch die Länge der Drähte sich mehr ändert als durch eine Erwärmung zur gleichen Temperatur ohne Strom.

Diese widersprechenden Resultate, und der Umstand, daß die Edlund'schen Untersuchungen noch keine allgemeine Anerkennung gefunden hatten, veranlassten mich, beide Erscheinungen mittelst einer neuen Untersuchungsart zu prüfen.

Wertheim setzt bei seinen Messungen über die Elasticitätsänderung zufolge des galvanischen Stromes voraus, daß dieser die *Länge* des Drahtes nicht anders als durch die dabei auftretende Wärme verändere und benutzt deshalb die Ausdehnung durch die Wärme zur Bestimmung der Temperatur des Drahtes.

In einer früheren Arbeit hatte derselbe die Abhängigkeit der Elasticität von der Wärme untersucht, und konnte deshalb für eine bestimmte Temperatur die Elasticitätsänderung berechnen. Es wird sich später zeigen, daß es auf diese Weise unmöglich ist, auch nur einigermaßen brauchbare Resultate zu gewinnen, und daß es unbedingt nothwendig ist, die Beobachtungen mit und ohne Strom bei der gleichen Temperatur an einem und demselben Drahtstücke vorzunehmen.

Ich nenne im Folgenden immer die Beobachtung ohne Strom und ohne Erwärmung *a*, die Beobachtung mit Strom *b*, und die Beobachtung ohne Strom, jedoch bei der gleichen Temperatur, wie sie der Strom hervorgerufen hatte, *c*. Die Elasticitätscoefficienten, wie sie aus diesen drei Beobachtungen hervorgehen, sind dem entsprechend mit *E*, *E*, *E* bezeichnet. Bei Wertheim tritt an Stelle

der Beobachtung c der aus der Verlängerung des Drahtes berechnete Werth des Elasticitätscoefficienten, der aber auch mit E_r bezeichnet wird.

$E_r - E_s$ bedeutet demnach die dem galvanischen Strome als solchen zuzuschreibende galvanische Elasticitätsänderung, abgesehen von der durch die begleitende Wärme bewirkten Elasticitätsänderung

$$Q = \frac{(E_r - E_s) 100}{E_a - E_r}$$

ist die galvanische Elasticitätsänderung ausgedrückt, in Procenten der durch die Wärme allein bewirkten Elasticitätsänderung.

Wertheim findet nun für Q , bei einem Querschnitte der Drähte von wenigen Zehntel-Quadratmillimetern und einer Temperaturdifferenz von 30° bis 40° C., einander sehr widersprechende Werthe von -4.7 Proc. bis $+11.7$ Proc.

Es ist vor allem nothwendig, die Beobachtungen b und c an *einem* Drahtstücke vorzunehmen; und auch die Temperatur auf eine andere Weise, als durch die Ausdehnung zu bestimmen, da, wie sich später zeigen wird, letztere mit und ohne Strom, bei gleicher Temperatur nicht dieselbe ist.

Meine Methode, die Temperatur des Drahtes zu bestimmen, war folgende: ich überzog den Draht an einzelnen Stellen mit einer äußerst dünnen Schicht von Stearin und erhöhte die Stromstärke so lange, bis jener Ueberzug an den Rändern zu schmelzen begann. Diese Methode setzt voraus, daß die Temperatur des Drahtes an der Oberfläche dieselbe sey, wie im Innern; es ist jedoch nicht denkbar, daß bei Drähten von wenigen Zehntelmillimetern Durchmesser und bei dem guten Wärmeleitungsvermögen der Metalle die verschiedenen Punkte des Querschnittes einen meßbaren Temperaturunterschied besitzen. Die von mir benutzte Sorte Stearin besaß einen constanten Schmelzpunkt von $55^\circ,5$ C. und einen constanten Erstarrungspunkt von $53^\circ,4$ C.

In der Originalabhandlung ist durch Experimente be-

wiesen, daß die Fehler in der Temperaturbestimmung des Drahtes höchstens $0^{\circ},5$ C. betragen können.

Auf diese Weise wurden die Resultate der Beobachtungen *b* erhalten.

Um den Draht ohne Strom auf die gleiche Temperatur von $55^{\circ},5$ zu bringen, wurde derselbe durch geschmolzenes Stearin erwärmt. Ein Apparat ähnlich einer Coulomb'schen Drehwaage trug an Stelle der sonst einfachen Röhre ein System von drei Glasröhren, in deren innerster der Draht aufgehängt war; zwischen der innersten und mittleren befand sich Stearin, zwischen der mittleren und äußersten heißes Wasser. Die Beobachtung wurde gemacht, sowie das Stearin sich zu trüben begann. In diesem Momente war die Temperatur desselben $55^{\circ},5$.

Da die Vorrichtung, welche zur Erwärmung diente, die Aussicht auf den Draht hemmte, so schaltete ich in die Stromschließung noch ein zweites Stück vom gleichen Drahte ein, das ebenfalls von einer Röhre vom gleichen Stücke wie die innerste umgeben war. Um auch bei diesem Drahtstücke Luftströmungen fernzuhalten, wurde die Röhre beiderseits von zwei Korken abgeschlossen, durch welche der Draht central hindurchging.

Die Anordnung sämtlicher in die Stromschließung eingeschalteter Stücke war folgende: Batterie von 6 bis 12 Smee'schen Elementen, Erwärmungsapparat, eine Tangenten-Busssole, welche bei den vorkommenden Stromstärken Ausschläge von 30 bis 50° gab, das mit Stearin bedeckte Drahtstück (Probedraht), Rheostat, Batterie.

Zur Bestimmung der *Elasticitäts-Coëfficienten* wählte ich wegen der Genauigkeit der Beobachtungsweise die Torsionsschwingungen.

Der Modul der Torsionselasticität, ausgedrückt durch die Schwingungsdauer ist

$$E = h \cdot \frac{1}{T^2},$$

und wenn $h = 1$ gesetzt wird

$$E = \frac{1}{T^2}.$$

Die Schwingungsdauer ist unabhängig von der Ausdehnung des Drahtes durch die Wärme.

Die für die verschiedenen Drähte gefundenen Werthe von E dürfen nicht mit einander verglichen werden, da für jeden Draht h ein anderes ist. Für ein und denselben Draht erhält man drei Elasticitätsmodule E_a , E_b , E_c , wie sie aus den Beobachtungen a , b , c , hervorgehen, und diese drei können mit einander verglichen werden, weil für diese h dasselbe ist.

Die genaue Beschreibung des Apparates, sowie der Beobachtungsmethode findet sich in der Originalabhandlung, doch kann hier beigelegt werden, daß die Beobachtungen derart angestellt wurden, daß bei den erhaltenen Schwingungsdauern keine Correctur anzubringen war, daß dieselben aber nicht jenen Grad von Genauigkeit beanspruchen können, wie die später beschriebenen Messungen der galvanischen Verlängerung des Leitungsdrahtes, indem innerhalb der 10 bis 12 Minuten, während welcher die Schwingungen gezählt wurden, Schwankungen in der Stromstärke nicht vermieden werden konnten.

In der folgenden Tabelle bezeichnet l die Länge, d den Durchmesser des Drahtes, beides in Millimetern, t die Temperatur bei der Beobachtung a , p die Belastung in Kilogrammen, welche auf den Messingsteller aufgesetzt wurde, T_a , T_b , T_c die Schwingungsdauern bei den Beobachtungen a , b , c , ferner E_a , E_b , E_c die Elasticitätscoefficienten, also die reciproken Werthe der Quadrate der Schwingungsdauern, wobei der bequemeren Schreibweise halber $k = 10^6$ gesetzt ist; weiters bezeichnet Δ_a die Differenz $E_c - E_b$ und Δ_c diese Differenz ausgedrückt in Procenten der gesammten Verminderung des Elasticitätscoefficienten von der Zimmertemperatur bis zur Temperatur von $55,5^\circ$ ohne Strom; also $\Delta_c = \frac{100 (E_c - E_b)}{E_c - E_c}$. Δ_a und Δ_c sind positiv, wenn die Abnahme des Elasticitätscoefficienten zufolge des Stromes grösser ist als durch die Wärme allein.

Die in der ersten Rubrik beigesetzten römischen Ziffern deuten die Reihenfolge der Beobachtung an.

Metal	l	d	t	p	T_0	T_1	T_2	E_0	E_1	E_2	Δ_1	Δ_2
Messing, hart I	534	0,540	19,5	2	11,901	12,017	12,017	7060	6933	6925	8	- 5,9
Messing, hart (Cithersaite) II	533	0,511	19,0	2	12,506	12,591	12,591	6394	6297	6308	+ 11	+ 12,8
Kupfer, hart IV	532	0,404	20,0	1	10,289	10,411	10,411	9446	9226	9226	0	0
Silber, hart (16 löthig) III	538	0,391	21,0	2	11,969	12,102	12,102	6981	6822	6828	+ 6	+ 3,9
Eisen, weich VI	531	0,437	20,0	2	13,820	13,904	13,904	5236	5170	5174	+ 2	+ 3,1
Stahl, hart (Cithersaite) V	531	0,368	19,0	1	12,238	12,336	12,336	6677	6584	6571	- 13	- 12,2
									Summe			+ 1,7
									Mittel			+ 0,3

Wie schon erwähnt, können die den verschiedenen Drähten angehörigen Werthe der Elasticitätscoefficienten nicht mit einander verglichen werden, wegen Verschiedenheit von h ; mit einigem Recht können aber die Zahlen der Rubrik Δ_0 verglichen werden, da sie die Differenz zwischen den Beobachtungen b und c auf die Differenz

$$E_0 - E_1 = 100$$

zurückgeführt enthalten. Addirt man diese Differenzen und nimmt das Mittel, so erhält man eine Abweichung nach der positiven Seite von 0,3 Proc. Dafs der Mittelwerth so nahe mit der 0 zusammenfällt, ist wohl dem Zufalle zuzuschreiben, da die Hinweglassung des Drahtes II oder V schon einen Mittelwerth von 1 bis 2 ganzen Procenten geben würde, doch wäre man auch bei einer Differenz von 2 Proc. berechtigt, eine Aenderung des Elasticitätscoefficienten durch den galvanischen Strom

als nicht erwiesen zu betrachten und zu behaupten, daß eine Aenderung, wie sie Wertheim gefunden, nicht existirt.

Die Untersuchungen Wertheim's leiden an dem großen Fehler, daß die Beobachtungen *b* und *c* nicht an demselben Drahtstücke gemacht wurden; es können hiedurch solche Fehler entstehen, daß man für Δ_0 bis zu 30 Proc. erhält.

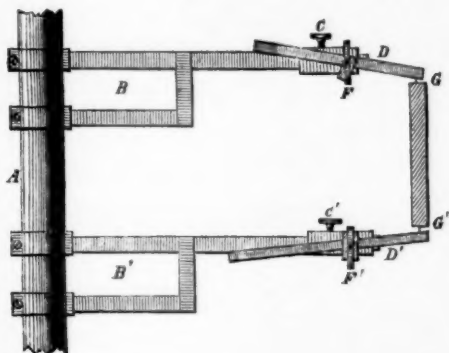
Ich muß mich daher der Angabe Edlund's anschließen, nach welcher der galvanische Strom keine bis jetzt meßbare Aenderung des Elasticitätscoëfficienten bewirkt; jedenfalls kann ich mit allem Rechte bei der Messung der Verlängerung des Drahtes von einer solchen Aenderung in Folge des Stromes allein ganz absehen.

II. Was die Edlund'sche Methode, die galvanische Verlängerung (so soll die Ausdehnung des Drahtes zu Folge des Stromes allein, abgesehen von der Wärmeausdehnung genannt werden) zu messen betrifft, so verweise ich auf die im Eingange erwähnte Abhandlung, und erwähne nur kurz, daß Edlund zuerst die Abhängigkeit des galvanischen Leitungswiderstandes von der Temperatur untersuchte und später einmal *hieraus* die Temperatur des Drahtes bestimmte, das andere Mal aber aus der ebenfalls gemessenen Verlängerung. Die aus der Verlängerung berechnete Temperatur erschien jedes Mal größer als die aus dem Leitungswiderstande berechnete und zwar bei Temperaturdifferenzen von 30° bis 40° um 7 bis 10 Procente.

Zur Bestimmung der Verlängerungen, welche der Draht einmal bei der Beobachtung *b*, das andere Mal bei der Beobachtung *c* erfährt, construirte ich den in nachfolgender Figur abgebildeten Apparat.

In einem massiven Holzklotz, der an den Beobachtungstisch festgeklemmt wurde, war ein 1 Meter langes dickwandiges Glasrohr *A*, welches die beiden Messingarme *B* trug, vertical eingekittet; die Arme konnten auf- und abgeschoben und durch zwei Schrauben in jeder Lage festgeklemmt werden. Jeder der beiden Arme trug einen

Schlitten, der auch mittelst einer Schraube *C* an jeder Stelle des Armes festgeklemmt werden konnte. Zu beiden Seiten wurde dieser Schlitten von einem Messingbügel



mittelst zweier Stahlspitzen, welche in zwei Stahlpfannen eingriffen, so gefasst, daß der Bügel in einer Vertical-ebene, parallel zum Arm, ohne Anwendung einer merklichen Kraft bewegt werden konnte. Dieser Bügel diente dazu, um erstlich einen in der gleichen Ebene beweglichen, mit dem Bügel starr verbundenen Fühlhebel *D* und dann einen in der Verlängerung der Drehaxe normal zum Fühlhebel stehenden Spiegel *F* zu tragen. Der obere der beiden Hebel trug eine nach abwärts gerichtete Stahlspitze *G*, der untere eine nach aufwärts gerichtete *G'*. In der Zeichnung ist angedeutet, wie mittelst dieser beiden Fühlhebel eine kleine Verlängerung eines Stabes *GG'* gemessen werden kann. Der obere Fühlhebel hatte nämlich sein Uebergewicht auf der rechten Seite der Figur, so daß die Spitze leise an die obere Endfläche des Stabes angedrückt wurde, der untere Fühlhebel hatte sein Uebergewicht auf der linken Seite, so daß die Spitze ebenfalls an die Endfläche angedrückt wurde.

Dehnt sich nun der Stab aus, etwa so, daß die Mitte desselben an ihrer Stelle bleibt, so drehen sich die beiden

Spiegel um gewisse Winkel, und mittelst zweier Fernröhre, welche verticale Scalen trugen, konnte die Drehung der Spiegel abgelesen werden. Ist für jeden Fühlhebel 1) die Entfernung der Stahlspitze von der Drehaxe, 2) die doppelte Entfernung des Spiegels von der Scale, 3) die Ablesung an der Scale bekannt, so kann aus diesen drei Gröfsen die absolute Verschiebung der Endflächen des Stabes berechnet werden. Dieselbe wurde positiv gezählt für die obere Endfläche, wenn sie nach aufwärts gerichtet, und für die untere Endfläche, wenn sie nach abwärts gerichtet war.

Die Entfernung der Stahlspitze von der Drehaxe betrug beim oberen Arme 4,975 Ctm., beim unteren 4,917 Ctm. Die Entfernung der Spiegel von ihren Skalen wurde jedes Mal neu gemessen und betrug stets bei 3 Meter.

Aus diesen Angaben findet sich leicht, daß einem Millimeter der Scalentheilung eine absolute Verlängerung des Drahtes von 0,008 Mm. entspricht, und da die Zehntel der Millimeter noch mit ziemlicher Sicherheit geschätzt werden konnten, sodann die Tausendtel der Millimeter nicht mehr als um eine Einheit falsch seyn konnten, was bei den von mir benutzten Drahtstücken einem Fehler in der Temperaturbestimmung von beiläufig $0,1^{\circ}$ C. gleichkommt. Zu diesem Ablesungsfehler kommen noch Beobachtungsfehler, doch liefs sich deren oberste Gränze ziemlich bestimmt angeben.

Wären bei einer Beobachtung alle möglichen, zufälligen Fehler in ihrem Maximum aufgetreten, und wären dieselben zugleich sämmtlich nach *einer* Seite gefallen, so wäre ihre Summe 0,018 Mm. gewesen; doch sprachen Gründe dafür anzunehmen, diese Fehlersumme würde im allgemeinen nicht 0,012 Mm. übersteigen.

Daß diese Summe so niedrig ausfällt, rührt davon her, daß sich dießmal der Erwärmungsapparat viel zweckmäßiger einrichten liefs, als bei den Elasticitätsbestimmungen, indem bei den zuletzt genannten zu besorgen war, daß durch einen zu engen Verschluss des erwärmten

Raumes die Schwingungen gedämpft wurden, und außerdem durch die Schwingungen selbst fortwährend eine kleine Luftcirculation erhalten wurde.

Die Beobachtungen *a* und *b* wurden sowohl vor als nach der Beobachtung *c* gemacht, um etwaige Fehler zu Folge der elastischen Nachwirkung erkennen zu können.

In der folgenden Tabelle haben die Δ dieselbe Bedeutung wie früher, nur daß sich diese Differenzen diesmal auf Aenderungen in der Länge beziehen. Δ_0 bedeutet wieder den Quotienten $\Delta_0 = \frac{100 \cdot \Delta_{sc}}{\Delta_{ca}}$.

Die Bedeutung der anderen Zeichen ist ganz dieselbe wie in der früheren Tabelle.

Metalle	<i>l</i>	<i>d</i>	<i>p</i>	Δ_{ca}	Δ_{sc}	Δ_{sc}	Δ_0
Messing, hart I	535	0,511	2	0,419	0,366	+ 0,053	+ 14,5
Kupfer, hart II (1) . .	530	0,447	2	0,396	0,343	+ 0,053	+ 15,4
Kupfer, hart II (2) . .	530	0,447	2	0,403	0,338	+ 0,065	+ 19,2
Kupfer, weich V	532	0,447	2	0,384	0,345	+ 0,039	+ 11,2
Platin, hart X	532	0,728	1	0,192	0,153	+ 0,039	+ 25,5
Eisen, weich III	535	0,617	2	0,290	0,227	+ 0,063	+ 27,3
Eisen, weich VI	530	0,762	2	0,284	0,241	+ 0,043	+ 17,8
Eisen, hart XI (1) . .	536	0,758	2	0,288	0,256	+ 0,032	+ 12,5
Eisen, hart XI (2) . .	536	0,758	2	0,291	0,255	+ 0,036	+ 14,1
Stahl, weich VIII . . .	535	0,763	2	0,283	0,233	+ 0,050	+ 21,5
Stahl, hart IV	538	0,331	2	0,242	0,244	- 0,002	- 0,8
Stahl, hart VII	535	0,763	2	0,244	0,237	+ 0,007	+ 2,9
Stahl, hart IX	535	0,967	2	0,242	0,235	+ 0,007	+ 2,9

Wie man aus der Tabelle sieht, zeigt sich in entschiedener Weise eine Ausdehnung des Drahtes durch den galvanischen Strom für alle von mir untersuchten Metalle mit Ausnahme des harten Stahls, und zwar übersteigt die galvanische Ausdehnung (Δ_{sc}) weitaus die Grenze der möglichen Fehler. Dieselbe ist auch bei allen Metallen von ziemlich der gleichen Gröfse, weshalb die Gröfse Δ_0 , welche die galvanische Ausdehnung in Procenten der Ausdehnung durch die Wärme giebt, bei dem so verschiedenen Wärmeausdehnungs-Coëfficienten sehr verschieden ausfällt. Es ist Δ_0 deshalb bei weichem Eisen und Platin am größten und bei hartem Stahl nur deshalb so klein, weil der Stahl überhaupt keine merkliche galvanische Ausdehnung zeigt.

Bei allen Eisen- und Stabldrähten ist die Ausdehnung durch die Wärme, also die Gröfse Δ , ziemlich dieselbe, Δ ist hingegen bei Eisen viel gröfser als bei hartem Stahl. Gerade wie weiches Eisen verhält sich auch weicher Stahl.

Ich untersuchte zuerst den Klaviersaitendraht III in dem Zustande, wie er aus der Fabrik kam, seine gesammte Ausdehnung durch den Strom war 0,244; ich glühte hierauf beide zur Beobachtung verwendeten Stücke gleichmäfsig aus, reinigte sie durch Smirgelpapier und wiederholte mit denselben die Beobachtung (dieselbe ist mit VIII bezeichnet); die gesammte Ausdehnung betrug jetzt 0,283 Mm.: der Draht war in die Reihe der weichen Eisendrähte getreten.

Ein harter Eisendraht, zweimal untersucht, zeigt eine etwas geringere Ausdehnung als die weichen Eisendrähte.

Aus der Verschiedenheit der Werthe Δ , mufs man schliessen, dafs die galvanische Ausdehnung mit dem Wärmeausdehnungsvermögen in keinem Zusammenhange steht; trotzdem zeigt sich zwischen beiden Ausdehnungsarten *darin* eine Aehnlichkeit, dafs die galvanische Ausdehnung nicht plötzlich mit dem Schliessen des Stromes auftritt, auch nicht plötzlich bei der Unterbrechung verschwindet, sondern etwa nach demselben Gesetze wie die Ausdehnung durch die Wärme auftritt und verschwindet: ein Resultat, welches auch Edlund schon gefunden hatte.

Die galvanische Ausdehnung hängt aber auch nicht von dem Elasticitätscoefficienten des Metalles ab, da harter und weicher Stahl, welche verschiedene Elasticitätscoefficienten besitzen, in der galvanischen Ausdehnung so contrastiren.

Die galvanische Ausdehnung kann daher nicht die Folge einer elektrodynamischen Abstofsung der einzelnen Theile des Leitungsdrahtes seyn.

Auch hängt dieselbe nicht mit jener Eigenschaft der Metalle zusammen, welche die elastische Nachwirkung bedingt; denn in diesem Falle müfste Platin, welches

eine bedeutende Nachwirkung zeigt, auch eine gröfsere galvanische Ausdehnung zeigen.

Die von mir untersuchten Stahldrähte waren federhart, und bei dieser Härte besitzen die Moleküle derselben eine grofse Stabilität. Von dieser Stabilität rührt auch das grofse magnetische Residuum bei einer Magnetisirung, und der Widerstand gegen die Magnetisirung her, und ich glaube daher aus dem Umstande, dafs der federharte Stahl (auch die Magnete werden aus federhartem Stahl erzeugt) keine merkliche galvanische Ausdehnung zeigt, schliessen zu können, dafs diese Ausdehnung durch eine Drehung der Moleküle verursacht wird, welche Ansicht auch Villari¹⁾ zufolge seiner Untersuchungen ausgesprochen hat.

Man kann annehmen, dafs, sowie der Draht sich erwärmt, die dadurch den Strom zugeführte Wärmebewegung in einer von der Richtung des Stromes bedingten Richtung stattfindet; man kann dann vom Stahl annehmen, dafs der Strom nicht im Stande sey, die Moleküle desselben in eine solche bestimmte Richtung zu bringen, oder auch, dafs durch den vor Beginn der Messungen durch den Draht gesandten Strom die Moleküle, respective die Schwingungsrichtung derselben, in eine bestimmte Richtung gebracht worden seyen und dafs in Folge der Stabilität der Moleküle auch die nach Abkühlung des Drahtes noch vorhandene Wärmebewegung jene Schwingungsrichtung beibehalten habe, der Draht demnach eine permanente Ausdehnung erlitten habe.

Es ist möglich, dafs auch die anderen Drähte eine gewisse permanente Verlängerung erleiden, welche durch meine Beobachtungen nicht gefunden werden kann, dafs beim Stahl aber die ganze Verlängerung permanent ist.

Der Vergleich meiner Resultate mit denen Edlund's weist demnach durchweg eine qualitative Uebereinstimmung auf.

1) Diese Ann. Rd. 126, S. 87.

Der Größe nach aber sind meine Resultate von denen Edlund's verschieden, und ich glaube hierbei mit Recht meinen Resultaten mehr Gewicht beilegen zu können, indem ich die Wärme direct zur Messung der Temperatur verwendet habe, die Methode Edlund's hingegen die Voraussetzung involvirt, daß der galvanische Leitungswiderstand nur eine Function der Temperatur, nicht aber auch der Veränderungen sey, welche der galvanische Strom selbst in den Drähten hervorruft. Wenn aber der galvanische Strom polarisirte Wärmeschwingungen im Drahte wachruft, so ist es sogar wahrscheinlich, daß bei dieser Wärmebewegung der galvanische Leitungswiderstand ein anderer, vielleicht größerer werde, daher die aus dem Widerstande berechnete Temperatur zu groß, und die gefundene galvanische Ausdehnung zu klein ausfällt.

Meine Resultate lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Der galvanische Strom bewirkt eine Aenderung in der Elasticität des Leitungsdrahtes einzig nur durch die auftretende Wärme.
 2. Der galvanische Strom dehnt den Leitungsdraht mehr aus, als eine Erwärmung zur gleichen Temperatur es thun würde; nur bei hartem Stahl kann kein solcher Ueberschuß aufgewiesen werden.
 3. Die galvanische Ausdehnung tritt bei Schließung des Stromes nicht plötzlich, sondern allmählig auf, ähnlich wie die Wärmeausdehnung.
 4. Die galvanische Ausdehnung kann nicht die Folge einer elektrodynamischen Abstofsung seyn, sondern besteht wahrscheinlich in einer Polarisation der erzeugten Wärmeschwingungen.
-

**IV. Notiz über die in electricischen Leitern
enthaltene Anzahl von Aethermolekülen und
über das Gewicht derselben;
von Hermann Herwig.**

Im Folgenden möge vorläufig nur skizzenartig ein Weg angedeutet werden, auf dem man, gewisse Hypothesen vorausgesetzt, möglicherweise zu sehr merkwürdigen Aufschlüssen über die Verhältnisse des Aethers gelangen könnte.

Ich gehe aus von einer Vergleichung der Ausdrücke einerseits für die Wärmewirkung eines galvanischen Stromes, andererseits für die durch die Bewegung der electricischen Theilchen dabei in jedem Augenblicke repräsentirte lebendige Kraft dieser Bewegung. Es mag von vornherein erwähnt werden, daß es für die folgende Untersuchung ganz gleichgültig ist, in welcher Art man sich die Bewegung der electricischen Massen denkt. Selbst eine ungleichförmige, etwa schwingende Bewegung würde nur weitere einfache Factoren in die Rechnung bringen, die für das Endresultat völlig bedeutungslos wären. Von solchen Bewegungen soll deshalb auch abgesehen werden.

Dieses vorausgesetzt und die Vorstellung von nur einem Fluidum festgehalten sei in electrostatischem Mafse e , die in 1 Mm. Länge eines Leiters in Bewegung befindliche Electricitätsmenge und v die Bewegungsgeschwindigkeit dieser Menge, wobei die Secunde die Zeiteinheit bilden soll. Dann ist im mechanischen Mafse die Stromstärke ev . Ist nun weiter gleichfalls in mechanischem Mafse ausgedrückt R der Widerstand von 1 Mm. des Leiters und L Mm. die Länge des Leiters, so wird in demselben nach dem Joule'schen Gesetze per Secunde eine Wärmemenge producirt, welche in mechanischem Mafse den Ausdruck

$$1) \quad e^2 v^2 R L$$

hat.

Die Bewegung der electricischen Massen in diesem Strome repräsentirt eine fortdauernd constant bleibende lebendige Kraft von der Gröfse

$$\text{II)} \quad \frac{Le}{n} \cdot \frac{v^2}{2},$$

wo die Massen in gewöhnlichen Gewichten gerechnet sind, also $\frac{e}{n}$ die Electricitätsmenge der Längeneinheit in Milligrammen ausgedrückt bedeutet.

Vergleicht man nun die Ausdrücke I) und II) mit einander, so zeigt sich, daß beide nur durch den Factor $2enR$ unterschieden sind. Und zieht man jetzt die wohl von vielen Physikern gebilligte Annahme heran, daß e in demselben Leiterstücke für alle Ströme stets dasselbe ist, daß sich die Wirkung verschiedener Ströme in einem solchen Leiterstücke also nur durch verschiedene Werthe v unterscheidet, so sieht man, daß bei demselben Leiter der Ausdruck I) für *alle Ströme* dasselbe Multiplum des Ausdruckes II) ist.

Es ist also nur die Kenntniß einer Zahl nöthig, die, wie man vielleicht sagen darf, angiebt, wie oft in der Zeiteinheit die jedesmal wieder in Wärme umgesetzte lebendige Kraft der electricischen Bewegung von den electromotorischen Kräften neugeschaffen wird, um aus dem einmaligen Werthe dieser lebendigen Kraft sofort die ganze Wärmewirkung des Stromes abzuleiten. Ueber diese Zahl nun kann vielleicht die folgende Betrachtung Aufklärung geben.

Man denke sich von irgend einer Stelle des Leiters aus den Widerstand und damit die Wärmewirkung aufhörend; es soll vielmehr von da ab der Raum des Leiters nur durch electricisches Fluidum und zwar zunächst mit derselben Dichte, wie im Leiter, ausgefüllt seyn. Die electricische Bewegung würde sich dann ohne Schwächung in diesem Fluidum fortpflanzen. Nennen wir die in Millimetern ausgedrückte constante Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung in diesem Falle C , so würde in der

Secunde dabei sicher keine geringere lebendige Kraft, als von der Gröfse $\frac{Ce}{n} \cdot \frac{v^2}{2}$, auftreten¹⁾).

Als Ausgangspunkt dieser ganzen Bewegung genügt eine Schicht des Leiters von der Länge $\frac{1}{\sqrt[3]{M}}$, wenn M die im Cubikmillimeter des Leiters enthaltene *Anzahl von Molekülen des electrischen Fluidums* bedeutet, unter Molekül eben so viel Fluidum verstanden, daß davon eine translatorische Bewegung der gedachten Art ihren Ursprung nehmen kann.

Und nun liegt es nach dem Vorangegangenen sehr nahe, den Werth $\frac{Ce}{n} \cdot \frac{v^2}{2}$ dem von der Schicht $\frac{1}{\sqrt[3]{M}}$ in der

That bei Wirkung des Widerstandes in derselben Zeit geleisteten Wärmeeffecte gleichzusetzen. Man hätte dann

$$e^2 v^2 R \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{M}} = \frac{Ce}{n} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot 9811,$$

wo der Factor 9811 zugesetzt ist, weil in I) die dem electrostatischen Mafse zu Grunde liegende Beschleunigung von 1 Mm. vorausgesetzt ist, in II) dagegen die der Rechnung mit gewöhnlichen Gewichten zu Grunde liegende Beschleunigung bei freiem Falle.

Besitzt nun der Leiter einen Querschnitt von der Flächeneinheit, so ist $\frac{e}{n}$ einfach die Dichte des Fluidums nach gewöhnlichen Gewichten berechnet. Dieselbe sei gleich D gesetzt. Es würde dann also sein

$$\text{III)} \quad \sqrt[3]{M} = \frac{2 e^2 R}{9811 \cdot C \cdot D}$$

Diese Relation würde nun eine sehr viel weiter gehende praktische Bedeutung erlangen, wenn man im Zusammenhange mit Hypothesen, die besonders in neuerer Zeit

- 1) Anmerk.: Daß auf allenfalls erforderliche weitere Factoren in diesem Ausdrücke, wenn an Schwingungen gedacht würde, keine Rücksicht genommen werden soll, wurde oben schon bemerkt.

mehrfach zur Sprache kommen, unter M die *Anzahl von Aethermolekülen*, die im Cubikmillimeter des Leiters enthalten sind, verstehen wollte und unter C die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Aether. Als dann wäre weiter D jedenfalls viel größer, als die Dichte des Aethers im freien Raume. Und für letztere hat W. Thomson¹⁾ berechnet, daß sie größer, als $\frac{1}{10^{22}}$ sei;

Belli²⁾ hat sie später sogar zu mindestens $\frac{1}{21 \cdot 10^{12}}$ angegeben. Da ich die Rechnung Belli's leider nicht nachsehen konnte, der von Thomson angegebene Werth aber sicher noch viel zu klein ist, so möge als zwischenliegender Werth etwa $\frac{1}{10^{13}}$ genommen werden. Damit würde man dann, unter M und C die angegebenen Größen verstanden, die Ungleichheit haben.

$$\text{IV.} \quad \sqrt[3]{M} < \frac{2e^2 R \cdot 10^{13}}{9811 \cdot 3 \cdot 10^{11}} \text{ oder } < \frac{e^2 R \cdot 10^3}{147}$$

und die hierdurch ausgedrückte Ungleichheit würde sogar eine ganz bedeutende sein.

Für einen bestimmten Leiter ist nun R bekannt und durch die vorstehende Relation also ein Maximalwerth von M gegeben, falls e bekannt ist, oder umgekehrt ein Minimalwerth von e für bekanntes M . Nun ist uns zwar sowohl M wie e unbekannt. Aber über e haben wir wohl doch noch mehr angenäherte Vorstellungen, als über M , und können die gewonnene Beziehung also benutzen, um über M ähnliche Vorstellungen zu gewinnen.

Nimmt man z. B. für Quecksilber etwa $e = 10^{20}$ an (man erinnere sich, daß man nach Weber³⁾, unter Voraussetzung der Gleichheit der elektrolytischen Bewegungsgeschwindigkeit mit unserer elektrischen v , für das Cubikmillimeter Wasser e ungefähr zu $3 \cdot 10^{13}$ findet), so wird dieser Werth vielleicht schon groß genug seyn.

1) *Phil. Magaz. sér. 4., IX., pag. 36.*

2) Vgl. Fortschritte der Physik 1859.

3) Elektrodynamische Maafsbestimmungen von 1856 S. 281.

Für die aus Quecksilber bestehende Siemen's Einheit ist nach Kohlrausch ¹⁾ in elektromagnetischem Maafse der Widerstand $9717 \cdot 10^6$, nach Weber ²⁾, also im mechanischen Maafs etwa gleich $\frac{1}{24 \cdot 10^{11}}$. Für das Cubikmillimeter Quecksilber ist somit $R = \frac{1}{24 \cdot 10^{14}}$.

In diesem Volumen Quecksilber würde man demnach haben

$$\sqrt[3]{M} < \frac{10^{32}}{35}$$

oder ungefähr $M < 2 \cdot 10^{92}$ ³⁾.

Wenn man durch diesen Werth die oben angenommene Zahl für die Dichte des freien Aethers dividirt, so hat man in noch stärkerem Maafs eine untere Gränze für das Gewicht (in Milligrammen) für das jedes Aethermoleküles. Dasselbe würde also bedeutend mehr betragen, als etwa $\frac{1}{10^{100}}$.

Diese Werthe haben natürlich nur eine sehr ungefähre Bedeutung, da man eben über die Zahlenwerthe von e nicht genaueres weiß; indessen würde es bereits von hohem Interesse seyn, nur so weit wenigstens eine Vorstellung von den Verhältnissen des Aethers zu haben.

Aachen, den 26. October 1873.

1) Diese Annal. Ergänz. VI, S. 1.

2) Elektrodynamische Maafsbestimmungen S. 260.

3) Vergl. die Rechnung W. Thomson's (Liebig Ann. 157 p. 54), wonach die Anzahl der körperlichen Moleküle in demselben Volumen höchstens 10^{26} wäre.

V. *Ueber das Porcellan und einige verwandte Entglasungsproducte; von H. Behrens.*

Privatdocent in Kiel.

In einer Anzahl von Lehrbüchern u. a. in dem Handwörterbuche der Chemie von Liebig, Poggendorff und Wöhler¹⁾ findet sich die zuerst von Ehrenberg gemachte Angabe²⁾, das Porcellan bestehe aus einer geschmolzenen Masse, deren wesentlicher Bestandtheil die dem Kaolin zugesetzten Flußmittel wären, in welcher Masse die aus aneinander gereihten Kügelchen gebildeten und dadurch gegliedert erscheinenden Kaolin-Stäbchen, welche wie ein Filz zusammengehäuft sind, unter dem Mikroskop deutlich zu erkennen seyen. Die große Verbreitung, welche diese Angabe gefunden hat, mag es entschuldigen, wenn die Widerlegung derselben in nachstehendem Aufsatz vielleicht weitläufiger ist, als es die wissenschaftliche Bedeutung des Gegenstandes verlangt.

Nach der üblichen Anschauung ist das Porcellan das Product einer partiellen Schmelzung, es ist undurchsichtig, weil es ungeschmolzene Kaolinpartikeln in reichlicher Menge enthält, deren Aggregate durch die glasartig geschmolzenen Flußmittel durchscheinend gemacht sind, wie mit Firniß getränktes Papier; es würde durchsichtig seyn, wenn es einer zur Schmelzung des Kaolins genügenden Temperatur ausgesetzt gewesen wäre. Dem gemäß wird die von Oschatz und Wächter³⁾ aufgestellte Behauptung: das Porcellan sey ein Glas, aus dem sich Krystalle abgeschieden haben, mit einem Fragezeichen angeführt. Dennoch ist diese Behauptung richtig. Schon vor längerer Zeit kam G. Rose in Folge seiner Versuche über die Verminderung des spec. Gewichts, welche das Porcellan im

1) Band 8, 1861, S. 763, Art. Porcellan.

2) Diese Ann. Bd, XXXIX, S. 106.

3) Dingl. Journ. CVI, S. 322 ff.

Scharfffeuer erleidet, zu der Ansicht, daß der Kaolin nicht unverändert in dem Fluß vertheilt sey, sondern mit dem Feldspath wenigstens theilweise eine chemische Verbindung eingehe¹⁾. So ist es in der That; *in keinem der von mir untersuchten Porcellanpräparate ist etwas von gegliederten Kaolin-Stäbchen zu finden*, und die Partien, welche sich noch etwa als Kaolin deuten ließen, sind keineswegs blos von Fluß durchtränkt, sie sind vollständig flüssig gewesen; der einzige Bestandtheil, der theilweise festen Aggregatzustand behalten hat, ist der Quarz — ich sage: theilweise, denn die Kanten der kleinen Quarzsplitter sind allemal abgerundet und zudem giebt es Sorten von ächtem, hartem Porzellan, die keinen Quarz erkennen lassen, während ihr mikroskopisches Bild sonst in allen Stücken dem der quarzhaltigen Porcellane gleicht. Der Quarz zeigt in diesem Falle ein ähnliches Verhalten, wie der Olivin in geschmolzenem Basalt, der nur dann zum Flusse zu bringen ist, wenn man den Basalt zu äußerst feinem Pulver zerrieben hat. Größere Olivinstücke können nach G. Bischof in geschmolzener Basaltmasse zu Grunde sinken, ohne erheblich abzuschmelzen. Die Grundmasse des Porcellans würde im Stande seyn, erhebliche Mengen von Kieselsäure aufzunehmen, wenn ihr dieselben unter Bedingungen dargeboten würden, die der Auflösung förderlich sind, denn die meisten Porcellansorten sind armer an Kieselsäure, als der Obsidian, und nach Abzug des ungeschmolzenen Quarzes würde dies wohl bei allen der Fall seyn. Nun ist zwar der Quarz in der Porcellanmasse in Form sehr kleiner Splitter vertheilt, allein es fehlt die zweite, eben so wesentliche Bedingung für eine rasche Auflösung desselben: die freie Beweglichkeit der Schmelze. Das Porcellan wird nur bis zum beginnenden Erweichen erhitzt, dabei werden die Quarzsplitter abgerundet, mit einer Lage von Silicaten überzogen, die keiner weiteren Aufnahme von Kieselsäure fähig sind, und die Auflösung des Quarzes muß, da diese Masse für eine Diffusion

1) Diese Ann. Bd. LXVI, S. 87.

der verschiedenen Silicate nicht hinreichend flüssig wird, alsbald ein Ende nehmen.

Quarzartige Porcellanschliffe zeigen um die meisten Quarzsplitter die fragliche Glashülle in Gestalt eines Hofes von geringerem Lichtbrechungsvermögen, als das der Grundmasse; zugleich ersieht man aus der überall nahezu gleichen Breite dieser Höfe und aus der Abwesenheit von Schlieren an denselben, daß keine erhebliche Ortsveränderungen der Quarzsplitter in der halbflüssigen Masse stattgefunden haben. Anders ist es mit dem *Kaolin*, dessen Partikeln viel kleiner sind, als die des Quarzes, dessen Auflösbarkeit wahrscheinlich auch durch seinen amorphen Zustand vergrößert ist. Wie Ehrenberg dazu kam, mit ungenügenden Vergrößerungen im Porcellan Stäbchen von Kaolinkügelchen zu sehen, wird durch Betrachtung von Fig. 3, Taf. VI (Partie aus dem Dünnschliff von dem Boden eines Berliner Porcellantiegels bei 1500facher Vergrößerung) erklärlich werden. Das Porcellan gehört zu den schwierigsten mikroskopischen Objecten, sowohl, was die Präparation, als was die mikroskopische Untersuchung der Präparate anlangt. Es muß zu außerordentlich dünnen Plättchen verschliffen werden, dünner, als die feinkörnigsten Basalte, wobei es Neigung zeigt, zu verbröckeln, und die Untersuchung der wohl polirten Präparate muß bei der günstigsten Beleuchtung und mit den stärksten Objectiven, die wir besitzen, ausgeführt werden. Mit einem Immersionssystem, das bei 1200facher Vergrößerung noch recht helle, scharfe Bilder giebt, erhielt ich schon vor längerer Zeit an einzelnen Stellen Andeutungen von krystallinischer Structur, glaubte aber nur Krystallrudimente annehmen zu dürfen, die ich mit den perlschnurähnlichen Gebilden mancher Trachytechsteine und Hohofenschlacken verglich, sah also im Wesentlichen etwas, was man auch hätte als „gegliederte Stäbchen“ bezeichnen können. Erst vor Kurzem ist es mir mit einem ausgezeichnet schönen Immersionssystem No. XI von Seibert und Krafft (jetzt E. Gundlach Nachfolger in Charlottenburg), das bei

3000facher Vergrößerung noch genügende Schärfe und Lichtstärke hat, um die Längsstreifung von *Surirella Gemma* bei stark bedecktem Himmel zu zeigen, gelungen, dieses und ähnliche Präparate vollständig aufzulösen und mit diesem System sind sämtliche hier aufzuführende Resultate gewonnen.

Es zeigte sich auf den ersten Blick, daß von gegliederten Stäbchen nichts vorhanden sey; an ihrer Stelle erschienen winzige farblose Krystallstäbchen (*Zirkel's Belonite*) mit durchaus glatten Kanten, die in ungeheurer Zahl nach allen Richtungen sich durchkreuzen, so daß selbst die am stärksten entglasten Obsidiane und Pechsteine nichts Aehnliches bieten. Dazwischen, vielfach so dicht gehäuft, daß sie die spärliche Grundmasse von farblosem Glase ganz verdecken, liegen noch kleinere rundliche Körnchen. Fig. 4, Taf. VI (Partie aus dem Dünnschliff von dem Deckel eines Berliner Porcellantiegels bei 2000facher Vergrößerung) soll eine bildliche Vorstellung von solchem Porcellan geben. Man sieht hie und da lichte Flecke die weder Belonite noch Körnchen enthalten; möglicherweise haben hier eingeschmolzene Quarzstückchen das Glas durch übergroßen Kieselsäuregehalt krystallisationsunfähig gemacht. Sonst kommen in diesem Porcellanpräparat nur noch kleine Luftbläschen vor. In andern Porcellanschliffen (von mehreren Porcellantiegeln, von Berliner und Kopenhagener Porcellanschalen verschiedener Wandstärke von 1 bis 4 Mm.) finden sich daneben die schon erwähnten Quarzsplitter. Der Quarz ist in den dünnsten, feuerfestesten Porcellanwaaren, kleinen Tiegeln, in reichlichster Menge enthalten, sein Verhältniß zu den übrigen Gemengtheilen derselben ist aus Fig. 3 zu ersehen, wo die mit *qn* bezeichneten Parteen Quarzsplitter bezeichnen sollen. Es scheint hiernach, als ob der Quarz für diese dünnen, bei möglichst hoher Temperatur gebrannten Gegenstände gleichsam ein Skelett abgiebt, das sie vor dem Zusammensinken bewahrt. Vielleicht beruht auch die Eigenschaft der bei hoher Temperatur gebrannten

Porcellansorten, raschen Temperaturwechsel gut zu ertragen, weniger auf einem relativ hohen Gehalt an gelöster Kieselsäure, als darauf, daß in ihnen ein gut Theil durch Quarz vertreten ist. Darin hat auch das auffallend magere Ansehen und Anfühlen der Bruchfläche solcher Porcellansorten seinen Grund. Ein Porcellanpräparat ist um so glasreicher, je blanker die Bruchflächen des dazu verschliffenen Scherbens waren. Freilich haben auch die leichtflüssigsten Sorten keinen vollen Glasglanz; das machen die überall hervorstehenden Kryställchen (man vergleiche nur die Bruchflächen stark entglaster Pechsteine oder Hohofenschlacken) und die Luftlücken, die in größter Menge in den glasarmen, quarzreichen Sorten vorkommen, aber auch in den glasreichen Sorten keineswegs selten sind.

Die Quarzstückchen haben einen Durchmesser von 3 bis 40^{mikr}, *sie sind allemal klar*, stark und gleichförmig doppeltbrechend: sie sind nicht, wie dies von G. Rose an größeren Quarzstücken beobachtet ist ¹⁾, in Folge von durch das Glühen hervorgerufener Tridymitbildung trübe geworden. Die etwa 3^{mikr} breite Glaszone um dieselben zeigt oft ebenfalls Doppelbrechung, ähnlich der des Hyaliths; sie rührt her von Elasticitätsdifferenzen, welche durch eingeschlossene fremde Körper (hier die Quarzstückchen) bedingt sind, wie ich solches früher ²⁾ für den Hyalith nachgewiesen habe. Von den zahlreichen kleinen Einschlüssen des Quarzes ist hier nichts zu finden, statt der Einschlüsse von Silicaten, von Eisenoxyd findet man Glaspfropfen, und in diesen nicht selten eine auffallend große Gasblase, z. B. in einem Quarzstückchen von 20^{mikr} Durchmesser einen Glaspfropfen von 6^{mikr} und darin eine Gasblase von 3^{mikr}. Es scheint fast, als ob der Quarz in Scharfffeuer so weit erweichte, daß in ihm Bewegungen vor sich gehen können; dafür spricht auch der Umstand, daß man mitunter Stückchen antrifft, in deren Mitte sich

1) Ueber das Vorkommen von Tridymit. Abth. der Berl. Akad. 1870.

2) Mikrosk. Unters. üb. d. Opale. Sitzungsber. der k. Akad. der Wiss. zu Wien, Decemberheft 1871, S. 29.

eine ziemliche Zahl von Glaströpfchen gesammelt hat, während man dergleichen an den Ecken und Kanten äußerst selten sieht.

Die in jedem Porcellan enthaltenen Luftblasen sind von ziemlich ungleicher Gröfse, aber auch die größten unter ihnen sind noch sehr klein; sie messen zwischen 2 und 60^{mik}. Eben so ungleich ist ihre Form, zum größeren Theil sind sie sphärisch, ellipsoidisch oder birnförmig, daneben kommen stark eingebuchtete und abgeplattete, man möchte sagen: *kantige* Formen vor, die man zuerst für stark lichtbrechende Gesteinsfragmente hält, und nur durch genauere Vergleichung des Brechungsvermögens mit den übrigen Luftblasen identificirt. Sie haften nicht immer an Quarzstücken, *sondern sind nicht selten ringsum nur von Beloniten und Körnern umgeben*. Auf der polirten Schlifffläche von Porcellan bemerkt man die größeren Luftblasen schon mit bloßem Auge als dunkle Pünktchen; sie machen, daß dem Porcellan keine vollkommene Politur gegeben werden kann, und bewirken zum Theil seine weiße Farbe, in viel höherem Maafse, als dies der Quarz thut, dessen Brechungsexponent wenig von dem des Glases abweicht. In der Masse der sogenannten Porcellanknöpfe, die in farblosem pellucidem Glase wenige *scharfkantige* Quarzsplitter und *gar keine Entglasungsproducte* enthält, wird das milchige Ansehen *nur* durch eine große Zahl von relativ großen *Luftblasen* hervorgebracht. Mit bloßem Auge, oder mit schwachen Vergrößerungen in durchfallendem Lichte betrachtet, erscheinen Präparate von dieser Masse *grau*, wegen der starken Zerstreuung des durch die Luftblasen gegangenen Lichtes; Präparate von ächtem Porcellan erscheinen unter gleichen Verhältnissen *gelblich* bis bräunlich. Schwache Vergrößerungen lassen erkennen, daß die gelbliche Färbung von den dunklen Stellen ausgeht, in welchen starke Vergrößerung Haufen von farblosen Beloniten und Körnern nachweist. Daß den Beloniten und Körnern eine schwach gelbliche, an einzelnen Indi-

viduen nicht mehr wahrnehmbare Färbung eigen sey, halte ich nicht für wahrscheinlich, glaube vielmehr annehmen zu dürfen, daß die fraglichen Körperchen, ganz so, wie die winzigen Körnchen der meisten Milchopale in durchfallendem Licht mattes Gelb I. Ordn. als Interferenzfarbe geben, und suche die Ursache davon, daß man von Porcellan nicht wie von jenen Milchopalen in auffallendem Licht das complementare blasse Blau erhält, in einer durch das nie ganz zu beseitigende Eisenoxyd hervorgebrachten gelblichen Tinte des Porcellanglases, welche in durchfallendem Licht von dem gleichzeitig auftretenden Interferenzgelb der entglasten Partien verdeckt wird.

Was endlich die Gröfse, die Gestalt und die Anordnung der Belonite und Körnchen anlangt, so ist dieselbe auch an den besten Schliffen und mit den besten Objectiven nur stellenweise und unsicher zu ermitteln. Hier und da unterscheidet man in einigen Präparaten büschelförmige und fächerförmige Aggregate, durch das Gewirr von Beloniten und Körnern hindurchschimmernd; sehr selten kann man beide Enden eines Kryställchens so deutlich sehen, daß man eine Messung versuchen möchte. Es giebt zwei Methoden, das Präparat einer genaueren Untersuchung zugänglich zu machen, die sich gegenseitig ergänzen. Die eine besteht darin, ein wenig gekrümmtes Porcellanstück so zu schleifen, daß in der Mitte des fertigen Präparates nur ein dünnes Blättchen der ganz durchsichtigen Glasur erhalten bleibt, wo man dann an der breiten Randzone dieses durchsichtigen Flecks die Entglasungsprodukte mit aller Bequemlichkeit untersuchen kann; diese Methode leidet an dem Einwurf, daß die Schmelz- und Entglasungs-Produkte der Porcellanmasse in der Nähe der Glasur von dieser verändert seyn könnten, auch ist sie nur für das Porcellan und ähnliche Kunstproducte anwendbar. Die andere Methode ist von dem erwähnten Einwurf frei, und ist, wie ich nächstens weiter auszuführen gedenke, vielfältiger Anwendung fähig. Sie beruht auf der ungleich starken Einwirkung verdünnter Fluorwasserstoffsäure auf

die verschiedenen Formbestandtheile des Porcellans. Läßt man die Säure in gehöriger Verdünnung auf Porcellanschleife einwirken, so löst sie die krystallinischen Ausscheidungen in der glasigen Grundmasse viel langsamer als den Quarz und das Glas, wobei sich natürlich Kieselfluorkalium und Kieselfluorcalcium abscheiden, die durch concentrirte Schwefelsäure zerstört werden müssen. Die bei dieser Procedur behufs möglichster Reindarstellung und möglichster Erhaltung des sehr zerbrechlichen Präparates einzuhaltenden Vorsichtsmaßregeln sollen in einem späteren Aufsatze besprochen werden.

Kleine Reste von Kieselfluormetallen und Sulfaten schaden nicht, weil man das Präparat mit dem nach der erstgenannten Methode gewonnenen vergleichen kann. Beide Methoden geben übereinstimmende Resultate. Die Belonite haben bis zu 30^{mikr.} Länge und alle nahezu dieselbe Dicke (0,4 bis 0,6^{mikr.}); sie haben theils abgerundete, theils schief abgestutzte Enden, in welchem Fall sie große Aehnlichkeit mit Feldspathmikrolithen haben, wenn man nicht darauf achtet, daß die Feldspathmikrolithen auch der feinkörnigsten Laven und Basalte *weit größer* sind, als diese winzigen Kryställchen. Einzelne haben auffälliger Weise gespaltene, gabelförmige Enden, wie man sie an Hornblendemikrolithen zu sehen gewohnt ist (Fig. 5, Taf. VI. Partie aus demselben Porcellan, wie Fig. 4, nach Behandlung mit Fluorwasserstoff) ohne dabei grünliche Färbung zu zeigen. Vielfach bemerkt man parallele Anordnung der Kryställchen, ein Netzwerk von in verschiedenen Richtungen sich kreuzenden Bündeln parallel gelagerter Stäbchen, in dessen Maschen die mehrerwähnten, in Fig. 5 fehlenden Körner liegen. Dieselben sind bald kugelig, bald länglich, Uebergänge zu den Beloniten bildend, und kommen sowohl einzeln, als gruppenweise vor (Fig. 6, Taf. VI). Ihr Durchmesser ist gleich dem der Belonite 0,4 bis 0,5^{mikr.}) und man könnte sie aus diesem Grunde, und weil sie Uebergänge zu den Beloniten aufzuweisen haben, für Quer- und Schrägschnitte von diesen halten, wenn sie nicht

in natürlichen entglasten Massen (in einigen Trachytepesteinen) in überwiegender Menge, in entglastem Flaschenglase ganz ohne Belonite vorkämen. Das Glas von Rheinwein- und Bordeauxflaschen entglast, bis zur Abrundung der Kanten erhitzt, sehr leicht, 1½ständiges Glühen in Kreide- oder Coakspulver ist dazu ausreichend; es giebt dann eine sehr harte, porcellanähnliche Masse, in der die Eisenoydfarbe fast gänzlich verschwunden ist. Mit Schleifen allein ist hier nichts auszurichten, weil die Masse außerordentliche Neigung zum Zerbröckeln besitzt, behandelt man recht dünne Blättchen mit Flußsäure, bis nur noch ein kleines Stück übrig geblieben ist, so findet man dieses stark durchscheinend, aber nur an den Rändern so dünn, daß die Körnchen deutlich zu unterscheiden sind. Von Beloniten ist keine Spur vorhanden, alles was man sieht, sind winzige Körner, zwischen denen vermuthlich Glas gleichförmig vertheilt ist.

Gemeines Fensterglas und weißes Hohlglas ist nicht so leicht zur Entglasung zu bringen. Stücke von Fensterglas waren nach mehr als dreistündigem Glühen in der Mitte viel schwächer als an der Oberfläche entglast. Es wurde niemals körnige Entglasung erhalten, auch keine Belonite, sondern rhombische Tafeln, die ich auch in geschmolzenem Trachyt und in einigen Vesuvlaven gefunden habe. Ihre Flächen stehen nahezu senkrecht zur Oberfläche des Glasscherbens und sie sind zu Säulen angeordnet, die sich sehr regelmäfsig unter schiefen Winkeln schneiden. Dendritische und strahlige Gebilde, die verschiedentlich als Bestandtheile des Réaumur'schen Porcellans angegeben werden, habe ich nur an den Rändern entglaster Glasstücke, wo die Entglasung zuerst, und vermuthlich am schnellsten vor sich geht, gesehen. — Belonite erhält man meines Wissens nur aus thonerdereichen Gläsern; besonders zahlreich und schön ausgebildet sind sie in glasreichen Schlacken aus Ziegeleien, von bald mehr bald weniger Körperchen begleitet. Nun entglast, wie schon gesagt, fertiges thonerdereiches Glas sehr leicht, ohne

Belonite zu bilden; es ist hiernach zu vermuthen, daß die Glasmassen der Ziegelschlacken (und ebenso die des Porcellans) langsam gebildet, und gleich nach ihrer Bildung entglast seyen¹⁾. Um diese Vermuthung zu prüfen, verschaffte ich mir Stücke von einem nahezu eisenoxydfreien Chamottetiegel, der längere Zeit zur Glasfabrikation gedient hatte. Die mikroskopische Untersuchung ergab, daß die Chamottemasse durch die anhaltende Einwirkung des flüssigen Glases in Porcellan verwandelt war, nicht nur an der inneren Fläche, sondern in der ganzen Dicke der Wandung des Glashafens, ohne daß eine erhebliche Erweichung der Chamottemasse dabei stattgefunden haben konnte. Es unterschied sich nämlich dies durch Cimentation von Thonwaare mit Glas gebildete von dem gewöhnlichen, aus einem innigen Gemenge von Thon und Glassatz geschmolzenen Porcellan durch seine löchrige Beschaffenheit, die der Bruchfläche das Ansehen und die Rauhmigkeit von dichtem Bimsstein verlieh; zugleich steht der Annahme, daß hier, wie bei der üblichen Art der Porcellanfabrikation, der Porcellanbildung eine Verglasung vorausgegangen sey, das Bedenken entgegen, daß schon eine mäßige Erweichung der Tiegelswände ein Zerreißen derselben durch den Inhalt des Tiegels (2 bis 2½ Cent.) zur Folge haben würde. Es scheint hiernach, als ob die Bildung von thonerdereichem Glas und seine partielle Entglasung fast gleichzeitig vor sich gehen könne; — die zuerst in den Tiegel gebrachte geringe Quantität Glas dringt zum größeren Theil in die poröse Thonmasse ein, löst davon auf und bildet zu sofortiger Krystallisation geneigtes Thonerdeglass. Der Proceß wird mit abnehmender Intensität fortschreiten, bis alles eingebrachte Glas durch den Verlust an Alkali, den es bei Abscheidung der vermuthlich aus Alkali-Thonerdesilicaten bestehenden Entglasungsprodukte erleidet, so strengflüssig geworden ist, daß dadurch seiner Wanderung

1) Dafür spricht u. A. die oben erwähnte kantige Form vieler Luftblasen, die mit der Annahme einer gleichförmigen Erweichung nicht wohl vereinbar ist.

zu große Hindernisse in den Weg gestellt werden. Darf man noch annehmen, daß die Entglasungsprodukte (als krystallinische Körper) weniger leicht in flüssigem Glase sich lösen, als es der amorphe Thon thut, so scheint mir in dem Vorstehenden eine ausreichende Erklärung enthalten zu seyn für die Procedur des „Aussäumens“ der Glashäfen, die darin besteht, daß man die neuen, glühend in den Glasofen eingefahrenen Häfen mit wenig Glas austreibt, und eine Zeit lang so vorgerichtet im Ofen stehen läßt, ehe man sie mit Glassatz anfüllt. Unterlassung des Aussäumens soll zu Produktion von schlechtem, streifigem Glase und zu schnellem Ruin der Häfen Anlaß geben, offenbar deshalb, weil Thon in Glas leichter löslich ist, als Porcellan, und das an den Wandungen der Häfen entstehende Thonerdeglass in diesem Falle mit so viel thonerdearmem Glase verdünnt wird, daß eine Entglasung nicht mehr eintreten kann.

Es liegt nahe, die hier vorgetragenen Schlüsse auf die Entstehung des Porcellan's anzuwenden, denn eine flüchtige Vergleichung der mikroskopischen Bilder genügt, um die Ueberzeugung zu gewinnen, daß man in dem Umwandlungsprodukt des fraglichen Glashafens nichts anderes als Porcellan zu suchen habe. Das Vorkommen von eckigen Luftblasen im gewöhnlichen Porcellan deutet darauf, daß hier, wie in der glasgetränkten Hafenmasse, Erweichung und Entglasung binnen kurzer Zeit gefolgt sind, auch ist es nicht schwer, zu beweisen, daß die Entglasungsprodukte, die Körner und Belonite, in der übrig gebliebenen glasigen Grundmasse schwer löslich sind, also schon im Scharfffeuer entstanden seyn können. Ein Splitter von ächtem Porcellan wurde einer mit Sauerstoff angeblasenen Gasflamme so lange ausgesetzt, bis er sich unter seinem eigenen Gewicht bog und dann auf einem blanken Stahlstück breit geschlagen. Man darf nicht daran denken, auf diesem Wege ein elegantes Präparat zu erhalten. Das Plättchen zerspringt alsbald in kleine Stücke, von denen man die kleinsten aussuchen und in Balsam einschließen

mufs. Die gröfseren sind ganz unbrauchbar, weil sie beim Schleifen in Brocken zerfallen, die allmählig alle weggerieben werden. Einzelne Randpartieen der ausgewählten Fragmente sind immer durchscheinend genug, um erkennen zu lassen, dafs trotz der stattgehabten Erweichung und plötzlichen Abkühlung die Körner und Belonite noch in reichlicher Menge vorhanden sind. Um die Frage nach der Bildungsweise des Porcellans vollständig zu erledigen, müßten Porcellanstücke kurz vor Beendigung des Scharffeuers in ähnlicher Weise behandelt werden und ausserdem müßte man versuchen, Porcellan in Stücken von verschiedener Stärke in der Weise herzustellen, dafs man, statt Kaolin und Quarz mit den Flufsmitteln zu mengen, die aus Kaolin und Quarz geformten Stücke mit einer dicken Schicht der Flufsmittel oder einer Schicht Glas überzogen einer anhaltenden, zur völligen Schmelzung der aufgetragenen Schicht ausreichenden Hitze aussetzte. Versuche dieser Art sind schwer zu arrangiren, wenn man nicht eine Porcellanmanufaktur in der Nähe hat; indess hoffe ich noch im Laufe dieses Jahres solche Präparate in Untersuchung nehmen zu können.

Kiel, 1. August 1873.

Nachtrag.

Japanisches Porcellan.

Eine Probe von sehr dünnem japanischem Porcellan, die mir kürzlich durch die Güte eines hiesigen Kaufmanns zur Verfügung gestellt wurde, zeigt eine so eigenthümliche Zusammensetzung, dafs ich darüber Einiges nachtragen zu müssen glaube. Die kleinsten Formbestandtheile sind dieselben, wie die des europäischen Porcellans, aber ihre relative Menge ist eine wesentlich andere. Während im europäischen Porcellan die Entglasungsprodukte dem Quarz und meist auch dem Glasrest gegenüber vorherrschen, kann man hier in Zweifel seyn, ob mehr Quarz oder mehr Belonite vorhanden seyen. Die Menge des Glases ist entschieden gröfser als die der Belonite. Letztere sind

gut ausgebildet, sehr oft zu Paketen und Morgensternen vereinigt, mit wenig Körnchen vermengt. Die Quarzsplitter sind *wenig* abgerundet, die Luftblasen groß, meistens rund und recht zahlreich, vor Allem in der sehr dick aufgetragenen harten Glasur. Zieht man noch in Betracht, daß die chemische Analyse, im Widerspruch mit der mikroskopischen, für das japanische Porcellan einen Kieselsäuregehalt nachweist, der den des europäischen Porcellans nur wenig übertrifft, so kann man zu einer Reihe von beachtenswerthen Schlüssen über die Herstellungsweise des japanischen Fabrikats gelangen. Der Widerspruch in dem Ergebniss der chemischen und der mikroskopischen Analyse läßt vermuthen, daß der japanischen Masse, wie der unserer Porcellantiegel eine große Menge Quarz einverleibt; daß aber zugleich ein gut Theil Kaolin durch Flußmittel (Feldspath) ersetzt sey, dafür spricht auch das Zurücktreten der Entglasungsprodukte bei schöner Ausbildung derselben. Ferner deutet die unbedeutende Abrundung der Quarzsplitter, die Größe und runde Form der Luftblasen, endlich ihre Anhäufung in der Glasur darauf hin, daß dieses Porcellan binnen kurzer Zeit bei sehr hoher Temperatur gebrannt und daß die Glasur nur um ein Geringes leichtflüssiger sey, als die Porcellanmasse. Eine weitere Bestätigung dieser Schlüsse finde ich in dem Vorkommen distelkopfähnlicher Büschel von Beloniten, denen der Grundmasse höchst ähnlich, in der dicken Glasur, ein Vorkommniß, das im europäischen Porcellan ganz fehlt. Diese Büschel sind derartig gelagert, daß ich ihren Ursprung in der Grundmasse des Porcellans suchen und demzufolge annehmen muß, sie seyen fertig aus derselben in die Glasur ausgetreten, wie auch die vielfach in der letzteren vorkommenden Quarzsplitter. Diese Deutung führt aber wieder auf die Voraussetzung einer kurzen Zeit andauernden sehr hohen Temperatur beim Brande, wie wir denn auch von den Chinesen wissen, daß sie ihr Porcellan in kleinen Oefen mit leichtem Heizmaterial brennen. Wahrscheinlich ist auch die auffallende Dicke der Glasur zum

Theil auf das Austreten von Glas an die Oberfläche zurückzuführen. Die hoch geschätzte Durchscheinendheit des asiatischen Porcellans wäre hiernach auf die geringere Anzahl von Beloniten und Luftblasen zurückzuführen, *nicht* auf grössere Sorgfalt in Herstellung der Masse, deren mechanische Bearbeitung im Gegentheil unter der des europäischen Porcellans steht.

VI. Zur Theorie der Talbot'schen Streifen; von V. Dvořák.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzb. der k. Akad. d. Wiss. zu Wien, Bd. 67.)

Die Erscheinung der Talbot'schen Streifen, die von Airy ¹⁾ zuerst theoretisch behandelt wurde, dessen Theorie aber Esselbach ²⁾ vervollständigte, läßt sich auf kürzere Art und theilweise ohne jede Rechnung nach einem von Hrn. Prof. E. Mach in seinen Vorlesungen zur Demonstration der Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen angewandeten Princip leicht herleiten.

Um nach diesem Princip die Helligkeit eines Punktes *A* im Beugungsbilde einer Spalte *ab* (Fig. 7, Taf. VI) zu finden, trage man die gleichen Amplituden der einzelnen Strahlen $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ vom Mittelpunkt eines Kreises *o* (Fig. 8 Taf. VI) der Reihe nach so nebeneinander auf, daß die GröÙe des Bogens $\alpha\beta, \beta\gamma$ etc., der zwischen den Endpunkten der Amplituden $o\alpha, o\beta$ etc. eingeschlossen ist, dem Gangunterschiede der zugehörigen Strahlen α, β etc. proportional wird, und zwar soll dem Gangunterschiede von einer ganzen Wellenlänge die Bogenlänge des ganzen

1) Diese Ann. LVIII, S. 535.

2) Diese Ann. XCVIII, S. 528

Kreises $= 2\pi$ entsprechen. Die resultirende Amplitude findet man nach dem Gesetze des Kräfteparallelogramms, indem man die einzelnen Amplituden als Componenten betrachtet; theilt man die resultirende Amplitude durch die Anzahl der einzelnen Amplituden, so ist ihre Größe nach Poinso^t 1) gleich dem Abstände Op des Schwerpunktes p des Bogens ae von O .

Um den Schwerpunkt eines Bogens fg (Fig. 8, Taf. VI) zu finden, theile man den Bogen fg in zwei gleiche Hälften fh und hg ; ist σ der Schwerpunkt von fh , und σ' der Schwerpunkt hg , so ist Σ der Schwerpunkt von fg . Ist $hh' = s$, so ist $oi = \cos s$, wenn man $oh = 1$ nimmt; $h'h'$ ist $= ds$; somit ist

$$o\Sigma = \frac{\int_0^{hf} \cos s \, ds}{\int_0^{hf} ds} = \frac{\sin hf}{hf}$$

setzen wir $fg = w$, so ist die Lichtintensität

$$J = o\Sigma^2 = \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2$$

Bei dem Beugungsbilde einer zur Hälfte mit einem dünnen Plättchen bedeckten Spalte ab (Fig. 9) ist die Helligkeit eines auf der Seite des Plättchens gelegenen Punktes A gleich dem Quadrate der Resultirenden zweier gleichen Amplitudenbüschel $\alpha o\beta$ und $\beta'o\gamma$ (Fig. 10) wobei die Bögen w den beiden gleichen Gangunterschieden $\frac{da}{\lambda}$

und $\frac{cf}{\lambda}$ der Bogen R aber dem vom Plättchen herbeigeführten constanten Gangunterschiede wieder in der Art proportional sind, daß die Bogenlänge des ganzen Kreises $= 2\pi$ dem Gangunterschiede von einer ganzen Wellen-

1) *Éléments de Statique*. 1861, p. 140.

länge entspricht. Diese beiden Amplitudenbüschel heben sich jedesmal auf, wenn die beiden gleichen Winkel w zu Scheitelwinkeln werden; dann ist $w + R = \pi + 2n\pi$. Für einen Punkt A' (Fig. 11,) der nicht auf der Seite des Plättchens liegt, haben die zwei Büschel die durch Fig. 12,) veranschaulichte Lage; diese Büschel heben sich auf, wenn

$$w - R = \pi + 2n\pi.$$

Es treten aber auch Minima auf, wenn in beiden Fällen $w = 2n\pi$ ist, wo n jede ganze Zahl außer 0 vorstellt; denn dann sind die Amplituden auf die ganze Kreisperipherie gleichmäÙig vertheilt, ihre Resultirende ist also $= 0$; die Lage dieser Minima ist also von dem Plättchen ganz unabhängig und es sind dies Minima einer gewöhnlichen Spalte von der Breite $\frac{ab}{2} = ae$.

Da nun AO für gewöhnliche Fälle als proportional dem ad (Fig. 9, Taf. VI) und mithin auch dem w angesehen werden kann, so tragen wir, um die Lage der Minima zu erhalten, auf der Geraden AA' (Fig. 13, Taf. VI) vom Punkte O aus, gleiche Stücke von der Größe π nach beiden Seiten hin auf; die von dem Plättchen unabhängigen Minima haben den Abstand 2π untereinander, nur für den Punkt O fällt das Minimum aus; die von dem Plättchen abhängigen Minima treten auf, wenn auf der einen Seite $w_0 = (2n + 1)\pi - R$, auf der anderen $w_1 = (2n + 1)\pi + R$; also haben alle diese Minima unter einander den Abstand von 2π ; denn z. B. für $n = 0$ ist $w_0 = \pi - R$, $w_1 = \pi + R$, und mithin $w_0 + w_1 = 2\pi$ etc. Die Größe von R bestimmt die relative Lage dieser zwei Gruppen der Minima und es ist beim Wachsen von R gerade so, wie wenn an einem fixen Maafsstab (in der Figur die unteren Theilstriche), wo aber der dem Punkte O entsprechende Theilstrich fehlt, ein beweglicher Maafsstab (in der Figur die oberen Theilstriche) vorbeigeschoben würde; die Abstände der Theilstriche bei beiden Maafsstäben sind $= 2\pi$; die Größe der Verschiebung giebt das R an in der Art,

daß für $R=0$ die einen Theilstriche die Zwischenräume der anderen halbiren.

Dieses ergibt sich ohne Zuhülfenahme einer allgemeinen Formel; diese läßt sich aber leicht herleiten. Sind nämlich σ und σ' die Schwerpunkte der zwei Bögen $\alpha\beta$ und $\beta'\lambda$ (Fig. 10, Taf. VI), so ist Σ der Schwerpunkt für beide zusammengenommen; der Abstand des Schwerpunktes Σ von o ist $= o\Sigma = \sigma\sigma' \cos \sigma o \Sigma$; $o\Sigma$ ist nach dem Früheren

$$= \frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}}; \sigma o \Sigma \text{ ist aber } = \frac{w}{2} + \frac{R}{2};$$

also ist die Lichtintensität

$$J = o \Sigma^2 = \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2 \cos \left(\frac{w}{2} + \frac{R}{2} \right)^2$$

für Punkte, die an der Seite des Plättchens liegen; für Punkte, die an der anderen Seite liegen, erhält man nach (Fig. 12, Taf. VI)

$$J = \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2 \cos \left(\frac{w}{2} - \frac{R}{2} \right)^2.$$

Sieht man das w und mithin auch R für die erstgenannten Punkte als negativ an, so bekommt man die von Airy entwickelte Formel:

$$J = \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2 \cos \left(\frac{w}{2} - \frac{R}{2} \right)^2.$$

Zwei gleich breite Spalten, wo bei der einen das Plättchen die linke, bei der anderen die rechte Hälfte bedeckt, sind Spiegelbilder von einander; folglich werden dann auch die in beiden Fällen zum Vorschein kommenden Lichtvertheilungen Spiegelbilder von einander seyn; in der allgemeinen Formel für J jedoch wird, wenn das Plättchen auf der rechten Seite der Spalte ab (Fig. 9, Taf. VI) hinüberkommt, das Zeichen des R geändert.

Nimmt man statt einer einzigen leuchtenden Linie ein ganzes Spectrum, welches eine Reihe neben einander liegender verschiedenfarbiger Linien vorstellt und wo für diese Linien der Gangunterschied vom rothen Ende gegen das violette hin stetig zunimmt, so legen sich die Beugungsbilder der einzelnen farbigen Linien einfach über einander, weil die einzelnen Farben unter einander interferiren, und auf diese Art erhält man unter gewissen Umständen Streifen im Spectrum.

Wir nehmen zuerst einen analogen, für die Betrachtung jedoch einfacheren Fall an. Es sey nämlich eine unendliche Reihe von Beugungsbildern gegeben, wobei der Gangunterschied im ersten Beugungsbilde $R=0$ ist, und bei den folgenden ganz gleichmälsig wächst, so daß für das letzte Beugungsbild der Gangunterschied $R=\infty$ ist; die Beugungsbilder sollen alle derselben Farbe angehören, damit die Streifenbreite in den Beugungsbildern sich nicht mit der Wellenlänge ändere; jedoch sollen die Lichter der einzelnen Beugungsbilder unter einander nicht interferiren, sondern sich einfach addiren. (Es müßten also diese Beugungsbilder von verschieden dicken Plättchen herrühren, während beim Spectrum die Verschiedenheit der Wellenlänge die Variation des Gangunterschiedes herbeiführt.)

Denkt man sich dieselben Beugungsbilder in eine zweite Reihe angeordnet, die mit der erstgedachten symmetrisch ist, so entspricht das bei einem Spectrum dem Falle, wo das violette Ende mit dem rothen vertauscht wird.

Es lassen sich nun die von Airy gefundenen Resultate noch mit anderen fast ohne Rechnung leicht herleiten. Gesetzt dasjenige Ende unserer Reihe, wo der Gangunterschied $=\infty$ ist und welches dem violetten Ende eines Spectrums entspricht, sey an der Seite des Plättchens, und wir betrachten den Punkt O (Fig. 9, Taf. VI); für das Beugungsbild, dessen Centrum in O ist, sey der Gangunterschied Ro ; die Beugungsbilder, deren Centra *rechts* von O liegen, decken mit einem Punkte ihrer *linken*

Hälfte den Punkt O ; also gilt für alle rechts liegenden Beugungsbilder die Construction der Fig. (10, Taf. VI); jedoch wird für jedes weiter nach rechts gelegene Beugungsbild der Gangunterschied R jedes Mal kleiner, weil das Ende der Reihe, wo der Gangunterschied $R=0$ ist (welches beim Spectrum dem rothen Ende entspricht), auf der rechten Seite liegt.

In einem besonderen Falle soll nur Ro beim Fortschreiten von O nach rechts um eben so viel abnehmen, als w , der Gangunterschied der beiden Strahlen α und β , zugenommen hat. Wäre beim Fortschreiten nach rechts Ro unverändert geblieben, so hätten die beiden Amplitudenbüschel die Lage $\alpha o \beta$ und $\beta' o \gamma$ (Fig. 14); Ro muß aber um w verkleinert werden und dann haben die Büschel die Lage $\alpha o \beta$ und $\beta'_0 o \beta'$. Aehnliches gilt auch für jedes weitere Büschelpaar und die Folge der Büschelpaare bildet also zwei von der Breite Null sich bis in das Unendliche ausbreitende Fächer, wobei der Schenkel $o\alpha$ des einen, und der Schenkel $o\beta'_0$ des anderen Fächers unbeweglich ist. Ist nun die Resultirende eines einzelnen Büschels $\alpha o \beta$ oder $\beta'_0 o \beta'$ gleich ρ , die Resultirende der beiden Büschel zusammengekommen aber $=r$, so ist r^2 als Quadrat der Diagonale eines Parallelogramms $=2\rho^2(1 + \cos aob)$; der Winkel aob der beiden Einzelresultirenden ist aber unveränderlich und $=R_0$; und die Lichtintensität des betrachteten Punktes O (Fig. 9, Taf. VI) ist, wenn wir blos die rechts von O gelegenen Beugungsbilder in Betracht ziehen,

$$= \sum_{w=0}^{w=\infty} r^2 = \sum_{w=0}^{w=\infty} 2\rho^2 (1 + \cos R_0).$$

Die links von O gelegenen Beugungsbilder geben an den Punkt O eine Lichtmenge ab , die, wie man durch eine ähnliche Betrachtung (Fig. 11, und 12) leicht einsieht, gemessen wird durch

$$\sum_{w=0}^{w=+\infty} r^2 = \sum_{w=0}^{w=+\infty} 2\rho^2 (1 + \cos R_0)$$

also ist die wirkliche Lichtintensität J des Punktes

$$O = (1 + \cos R_0) \sum_{w=-\infty}^{w=+\infty} 2\varrho^2; \sum_{w=-\infty}^{w=+\infty} 2\varrho^2$$

ist aber eine constante Gröfse $= C$; also ist

$$J = C(1 + \cos R)$$

und folglich sind in diesem Falle Streifen in unserer Reihe von Beugungsbildern. Ausserdem sind in diesem speciellen Falle, wo R und w sich beide in demselben Maafse ändern, die Streifen schärfer, als in allen übrigen noch möglichen Fällen; denn ist R_0 (Fig. 14) gleich $(2n+1)\pi$, so sind die Winkel $\alpha o\beta$ und $\beta_o'o\beta'$ stets Scheitelwinkel, was aber nicht mehr der Fall ist, wenn sich R in einem anderen Maafse ändert als w ; sind aber $\alpha o\beta$ und $\beta_o'o\beta'$ Scheitelwinkel, so ist r stets $= 0$, und hat dann den kleinsten Werth, den es überhaupt annehmen kann; $J = \Sigma^2$ ist dann ebenfalls am kleinsten und $= 0$. Für $R_0 = 2n\pi$ fallen die beiden Resultirenden ϱ für jedes w zusammen; das r ist dann am grössten und mithin ist auch $J = \Sigma r^2$ ein Maximum.

Wenn auch R nicht in demselben Maafse sich ändert wie w , so mufs doch die Aenderung des R proportional dem w seyn. Wenn wir also wieder den Punkt O (Fig. 9) ins Auge fassen, so wird für die rechts von O gelegenen Beugungsbilder das R um $\frac{C}{2} \cdot w$ verkleinert, für die gleich weit nach links gelegenen aber um $\frac{C}{2} \cdot w$ vergrößert, wobei $\frac{C}{2}$ eine Constante bedeutet. Der Winkel der beiden Einzelresultirenden ϱ ist dann nicht mehr constant und $= R_0$, sondern er ist, wie man durch eine analoge Construction wie in Fig. 14, wo das $\frac{C}{2} = 1$ ist, sogleich ein- sieht, für die rechts befindlichen Beugungsbilder

$$= - \left(R_0 - \frac{C}{2} w + w \right) = - w \left(1 - \frac{C}{2} \right) - R_0;$$

für die Beugungsbilder links von O ist dieser Winkel

$$= w - \left(R_0 + \frac{C}{2} w\right) w = \left(1 - \frac{C}{2}\right) - R_0.$$

In Fig. 14 ist nämlich das Bündel $\alpha\beta\gamma$ um seine eigene Winkelgröße W zurückgedreht, um aber den gegenwärtigen Fall zu erhalten, ist das Bündel um einen Winkel zurückzudrehen, der kleiner oder größer ist als w , je nachdem $\frac{C}{2}$ kleiner oder größer ist als 1. Dann ist

$$r^2 = 2\rho^2 \left(1 + \cos \left[\pm w \left(1 - \frac{C}{2}\right) - R_0 \right]\right).$$

Wäre das Ende der Reihe, wo der Gangunterschied $= 0$ ist (rothes Ende beim Spectrum), an der Seite des Plättchens, so wäre, wie man sich leicht überzeugen kann, das $\frac{C}{2}$ in der Formel *positiv*. Der allgemeine Ausdruck für die Lichtintensität J ist also

$$\begin{aligned} &= \sum_{w=-\infty}^{w=+\infty} r^2 = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2 \left(1 + \cos \left[w \left(1 \pm \frac{C}{2} \right) - R \right] \right) dw \\ &= 4 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin \frac{w}{2}}{\frac{w}{2}} \right)^2 \left(2 + \cos \left[\frac{w}{2} (1 \pm C) - R \right] \right) \frac{dw}{2}. \end{aligned}$$

Das Cosinusglied wird nach der Form $\cos(\alpha - \beta)$ aufgelöst und ist

$$= \cos \left[\frac{w}{2} (2 \pm C) \right] \cos R + \sin \left[\frac{w}{2} (2 \pm C) \right] \sin R.$$

Dann ist

$$J = 4 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 dw + \cos R \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 \cos [w(2 \pm C) dw + \theta] \right);$$

denn das Glied, welches den $\sin [w(2 \pm C)] \sin R$ enthält, ändert mit der Variablen w sein Zeichen und ist also $= 0$; das erste Glied

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 dw \text{ ist aber } = \pi;$$

der Factor

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin w}{w} \right) \cos [w (2 \pm C)] dw$$

des zweiten Gliedes ist von Esselbach bestimmt worden und ist für *positive* C stets $= 0$; für *negative* C hat er, so lange C kleiner als 2 bleibt, den Werth von $+\frac{C}{2}\pi$; von $C = -2$ angefangen bis $C = -4$ hat er den Werth $(2 - \frac{C}{2})\pi$; und wenn C den Werth -4 überschreitet, so ist sein Werth $= 0$.

Positive Werthe von C bedeuten aber, daß das Ende unserer Reihe, welches beim Spectrum dem rothen Ende entspricht, mit dem Plättchen an derselben Seite liegt. Wenn wir, um auf die Formeln Esselbach's zu kommen, den Ausdruck von J durch 8 dividiren, so ist für diesen Fall $J_0 = \frac{\pi}{2}$; es treten also keine Streifen auf.

Ist das Ende mit dem Gangunterschied ∞ (violetttes Ende beim Spectrum) an der Seite des Plättchens, so ist

$$J_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{C_1}{2} \cos R \quad . \quad . \quad \text{für } C \text{ numerisch } < 2$$

$$J_2 = \frac{\pi}{2} \frac{\pi}{2} \left(2 - \frac{C_2}{2} \right) \cos R \quad . \quad . \quad \text{für } C \quad , \quad < 4$$

$$J_3 = \frac{\pi}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{für } C \quad , \quad > 4$$

J_1 hat genau dieselben Werthe wie J_2 , wenn

$$\frac{C_1}{2} = 2 - \frac{C_2}{2},$$

oder wenn

$$\frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{2} = 2$$

ist; zu diesem Resultat gelangt man auch ohne alle Rechnung durch bloße Betrachtung der Figur; so sieht man z. B. schon aus der bloßen Zeichnung sehr leicht, daß wenn $\frac{C_2}{2} = 2$ ist, also das Büschel $\beta'oy$ in Fig. 14 um seine doppelte Winkelgröße zurückgedreht wird, dieses eigentlich einen Fall vorstellt, wo der Gangunterschied R constant

bleibt, wo also Streifen nicht auftreten können; ebenso sieht man schon aus der Zeichnung, daß wenn $\frac{C'}{2} > 2$ ist, dieser Fall genau dieselbe Folge der Resultirenden r liefert, wie ein bestimmter zweiter Fall, in welchem das die kleineren Gangunterschiede enthaltende Ende der Reihe (rothes Ende beim Spectrum) auf der Seite des Plättchens liegt, was ich hier nicht weiter aus einander setzen will.

Das $\frac{C}{2}$ kann man jetzt als das Verhältniß des Abstandes der beweglichen Minima im Beugungsbilde einer einzelnen leuchtenden Linie (dieser Abstand ist gleich der Streifenbreite für den Gangunterschied $w = (2n+1)\pi$), zu der Breite eines Streifens in unserer Reihe betrachten; denn der Abstand der beweglichen Minima ist nach dem Früheren $= 2\pi$; wächst nun w um 2π , so ändert sich R um $\frac{C}{2} 2\pi$; die Raschheit dieser Aenderung bedingt aber die Streifenbreite in unserer Reihe; je rascher sich nämlich R ändert, um so schmaler werden diese Streifen.

Nähert sich also die Breite eines Beugungsstreifens nach und nach dem Doppelten der Breite eines Streifens in unserer Reihe, so werden die Streifen in der Reihe allmählig verschwinden. Werden aber die Beugungsstreifen unendlich schmal, so können auch keine Streifen in der Reihe auftreten, denn dann ist $\frac{C}{2} = 0$; dieser Fall würde dann eintreten, wenn die Spalte unendlich breit wäre. Für $\frac{C}{2} = 1$ sind, wie wir schon wissen, die Streifen am schärfsten, was man auch aus den Formeln für J und J_1 sehen kann¹⁾.

Es bleibt nur noch die Frage, wie weit man alles dieses auf ein wirkliches Spectrum anwenden kann. Im Beugungsbilde einer leuchtenden Linie ist der Theil, wo die Lichtintensität noch merklich ist, verhältnißmäßig sehr

1) Der Talbot'sche Versuch gelingt immer nur bei Anwendung einer beugenden Spalte, deren Stelle zuweilen auch die Pupille vertreten kann.

schmal, wie schon Airy bemerkt, und dieser Theil reicht also in einem Spectrum nur auf die nächst benachbarten Farben; für eine so kleine Strecke kann man demnach annehmen, daß der Gangunterschied nach dem Gesetze einer geraden Linie gewachsen ist, und daß die Breite der Beugungsstreifen in den Beugungsbildern der einzelnen farbigen Linien sich mit der Wellenlänge nur unmerklich geändert hat. Soweit dieses also stattfindet, kann man die früher entwickelten Formeln auf ein wirkliches Spectrum anwenden¹⁾

Die Resultate der Theorie kann man sich leicht an einem in der Fig. 15, Taf. VI dargestellten Apparate veranschaulichen. Es sind auf einem beweglichen Parallelogramme 36 Curven (auf Papierstreifen), welche die Lichtvertheilungen in den Beugungsbildern der einzelnen farbigen Linien von dem Gangunterschiede

$$R = 2n\pi \text{ bis } R = 2n\pi + 3.2\pi$$

darstellen, aufgespannt; was in der Figur schraffirt ist, entspricht den Beugungsbildern und ist weiß, alles Uebrige ist schwarz. Das Ganze ruht auf einer breiten schwarzen Unterlage und wird mittelst eines oscillirenden Reflections-prisma's (welches gerade so eingerichtet ist wie das Münchow'sche oscillirende Prisma), dessen Kante parallel zu *ab* ist, betrachtet; dadurch wird im betrachtenden Auge die Summe der Lichtintensitäten für jede auf *ab* senkrechte Linie gebildet. Da alles nur von dem Verhältnisse $\frac{C}{2}$

der Breite der Beugungsstreifen zu der Breite der Streifen im Spectrum abhängt, so kann man, um $\frac{C}{2}$ zu variiren, die Breite der Beugungsstreifen constant lassen und blos die Breite der Streifen im Spectrum variiren, wie es bei unserem Apparate der Fall ist; denn hier ist die Breite der Beugungsstreifen stets gleich $cd = c'd' = c''d''$, wobei für die Curven bei *c*, *c'* und *c''* der Gangunterschied $R = 2n\pi + \pi$, $2n\pi + 3\pi$ und $2n\pi + 5\pi$ ist. Die Breite der

1) Eine experimentelle Prüfung der Airy'schen Theorie der Talbot'schen Streifen habe ich in diesen Ann. CXLVII, S. 605 veröffentlicht.

Talbot'schen Streifen ist mithin $TT' = T'T'$, und man kann sie dadurch, daß man die Parallelogrammseite ab festhält, und die Seite fa verschiebt, variiren. Auf der Unterlage sind die Lagen dieser Seite, bei welchen $\frac{C}{2} = 2$ und $\frac{C}{2} = 1$ ist, mit zwei Strichen hi und hk bezeichnet.

Bei der Lage hi verschwinden die Streifen, bei der Lage hk sind sie am deutlichsten. Verzieht man die Seite af des Parallelogramms aus der senkrechten Lage in entgegengesetzter Richtung, so entspricht dieses dem Fall, wo das rothe Ende des Spectrums an der Seite des Plättchens liegt, und man bekommt dann keine Streifen.

Die Beugungscurven des Apparates sind nach den von Airy¹⁾ berechneten und construirten Curven gezeichnet, und zwar ist nur der mittlere Theil des Beugungsbildes von $w = -\pi$ bis $w = +\pi$ berücksichtigt, weil der übrige Theil nur eine unmerkliche Helligkeit besitzt. Die Oscillationen des Reflexionsprisma's müssen bei einer gewählten Entfernung des Objectes gerade so groß seyn, daß die größte Verschiebung des Bildes etwas größer ist, als ml ; auch kann man dunkle Blendungen um das Prisma herum anbringen, die das Gesichtsfeld, soweit als es nöthig ist, beschränken.

VII. Beobachtungen am Kundt'schen Manometer, von Dr. V. Dvořák,

Assistent der Physik an der Universität zu Prag.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien,
Bd. 68.)

Gelegentlich einer Untersuchung mit dem Kundt'schen Schallmanometer¹⁾, wobei viele und verschiedenartig con-

1) Diese Ann. LVIII, Taf. II, Fig. 10.

2) Diese Ann. 1868, S. 563.

struierte Manometer verwendet wurden, zeigte sich eine auffallende Ungleichheit in den einzelnen Angaben, selbst wenn die Manometer ganz sorgfältig angefertigt waren.

Ein Grund der Ungleichheit der Angaben bei einem und demselben Manometer ist die verschiedene Länge der Luftsäule in dem mit der Pfeife in Verbindung stehenden Manometerschenkel; manches sonst gut construierte Manometer zeigt z. B. bald eine Verdichtung, oder gar nichts, oder eine Verdünnung (selbst wenn es ein Verdichtungsmanometer ist), je nachdem man die Länge der Luftsäule ändert. Um letzteres zu erreichen, bindet man zwei Glasröhren (Fig. 16, Taf. VI), von denen eine oben abgebogen ist, oben und unten zusammen, steckt sie bei *a* in einen Kautschukschlauch, an dessen anderes Ende bei *b* ein Glasgefäß mit Wasser angebracht ist; durch Heben und Senken dieses Glasgefäßes kann man dann das Wasser in dem Manometerröhrchen sinken oder steigen lassen.

Bei meinen Versuchen waren die Röhren *ac* 55 Ctm. lang bei einem inneren Durchmesser von 3 Mm. Die meistentheils verwendete Pfeife war von Holz, 27 Ctm. lang, 2,4 Ctm. breit, 2,8 Ctm. tief, und wurde gewöhnlich mittelst eines angesetzten Kautschukschlauches mit dem Munde angeblasen, weil man so die Pfeife noch mit einem stärkeren Druck anblasen und rascher zwischen Grundton und Obertönen wechseln kann, als bei einem Blasbalge. Die Pfeife sprach auf den Grundton gut an, und gab bei starkem Blasen die beiden nächsten Obertöne sehr kräftig. An das Ende der Pfeife wurde ein Blasenventil, so wie es Kundt verwendete, eingesetzt, jedoch reichte die Röhre des Manometers fast unmittelbar an den Spalt des Ventils; der luftdichte Verschluss wurde überall mit Wachs, das durch etwas Fett erweicht war, hergestellt.

Die Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule im Manometer zeigt sich beim Grundton nicht so auffallend wie bei den Obertönen; bei diesen zeigen sich z. B. für ein Verdünnungsmanometer Stellen, wo keine oder eine

kleinste Druckänderung eintritt, dazwischen liegen Verdünnungs-, manchmal, jedoch nicht immer, auch Verdichtungsmaxima. Steht das Wasser im Manometer nur wenig über einen Punkt, wo die Druckänderung $= 0$ ist und oberhalb dessen sich ein Verdünnungsmaximum befindet, so steigt es beim Blasen anfangs ganz langsam, dann aber ziemlich rapid, sobald es sich dem Orte des Maximums nähert.

Ich habe sehr viele Versuche mit dem Grundton und beiden Obertönen ausgeführt; es zeigt sich zwar eine gewisse Gesetzmäßigkeit in der Vertheilung der Punkte kleinster und größter Druckänderung, aber die geringste Aenderung an der Membran, ein Feuchtwerden derselben genügte, um eine andere Vertheilung dieser Punkte und eine andere Größe der Maxima herbeizuführen; oft giebt auch z. B. ein Verdünnungsmanometer bei schwachem Anblasen desselben Tones eine Verdünnung, bei starkem eine Verdichtung an; das Membranventil läßt für sich angeblasen gewöhnlich gar keinen Ton oder eine ganze Reihe beisammenliegender Töne hören; es ist also eine genaue Bestimmung des ganzen Vorganges nicht leicht möglich. Für den Grundton liegt ein solcher Punkt, wo die Druckänderung ein Minimum ist, gewöhnlich tief unten, etwa bei d ; für den ersten Partialton liegt ein solcher Punkt nicht sehr weit vom oberen Ende der Manometerröhre, etwa bei f ; diese Punkte rücken weiter hinauf, wenn man die Pfeife verkürzt; natürlich ändert sich ihre Lage auch mit der Aenderung der Spalte und Membran des Ventils.

Kundt giebt an, daß er die Membran des Ventils durch Anblasen auf den Grundton seiner über einen Fuß langen gedeckten Pfeife gestimmt hat; mir ist es trotz vieler Versuche nie gelungen, eine so kleine Membran (von Kautschuck oder Guttaperchapapier) auf einen so tiefen Ton zu stimmen; der tiefste Ton, den ich erhalten, lag in der Nähe des ersten Partialtones einer solchen Pfeife. Ich fand aber, daß das Abstimmen der Membran

auf den untersuchten Ton von keinem merklichen Nutzen ist, ja in einigen Fällen traf es sich, daß nach sorgfältiger Abstimmung der Membran das Manometer nur sehr geringe Druckänderungen für den betreffenden Ton zeigte, während es für die anderen Töne der Pfeife nicht unbedeutende Druckänderungen angab.

Verschloß ich das Ende der Manometerröhre durch ein Blech mit einer feinen Oeffnung und blies den Grundton an (weil sich bei diesem der Einfluß der Luftsäule im Manometer am wenigsten zeigt), so war die Druckänderung viel kleiner, als wenn das Blech mit der Oeffnung entfernt wurde, und zwar um so kleiner, je feiner die Oeffnung war.

Ist ein genug großer, z. B. cylindrischer Hohlraum zwischen dem Blech, das die Spalte trägt, und zwischen dem Ende der Manometerröhre, so zeigt sich der Einfluß der Länge der Luftsäule in der Manometerröhre nur wenig oder gar nicht. Es kann dann z. B. ein Verdichtungsmanometer für einen Partialton der Pfeife stets dieselbe Verdünnung zeigen, wie auch das Niveau des Wassers im Manometer steht.

Im Allgemeinen zeigen Manometer mit kleinen Spalten und sehr dünnen, leicht dehnbaren Kautschuckmembranen nur in geringem, oft unmerklichen Grade eine Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule; ein bei der früher angeführten Pfeife gebrauchtes Ventil mit einer 4 Mm. langen, $\frac{3}{4}$ Mm. breiten Spalte zeigte zuweilen, jedoch nicht immer, diese Eigenschaft; ein anderes Ventil, wo der Spalt schon 10 Mm. lang und 1 Mm. breit war, zeigte fast ohne Ausnahme eine bedeutende Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule im Manometer. Auch verwendete ich bei dem ersten Ventil statt der Kautschuckmembran einen 2 Mm. breiten, bloß an einem Ende angeklebten, gegen das andere Ende zu schmälern Staniolstreifen oder dünnen Glimmerstreifen; hier war auch die Länge der Luftsäule von großem Einfluß.

Für größere Pfeifen müssen auch die Dimensionen

des Ventils größer seyn (für eine 8füßige Pfeife ein etwa 3 Mm. breiter, 10 Mm. langer Spalt), weil dasselbe sonst beim Tönen der Pfeife nicht erregt wird. Für kleinere Pfeifen müssen die Dimensionen wiederum kleiner seyn, weil sonst die Pfeife nur schlecht anspricht und man zu unregelmäßige Resultate bekommt; ich verwandte bei einer 6 Ctm. langen Pfeife mit gutem Erfolge statt des Spaltes eine kreisrunde Oeffnung von bloß 1 Mm. Durchmesser, die mit einem Streifchen Goldschlägerhaut überspannt war.

Was die größte Druckänderung betrifft, die man mit Schallmanometern bei einer gedeckten Pfeife erreichen kann, so gibt Kundt für den Grundton seiner etwas über einen Fuß langen Pfeife einen Druck von 8 bis 12 Zoll Wasser an; Töpler und Boltzmann¹⁾ finden nach einer optischen Methode bei einer sorgfältig construirten Pfeife von $13\frac{1}{2}$ Zoll Länge und ziemlich weiter Mensur folgende Druckzuwüchse:

- bei schwachem Anblasen (mit 3 Mm. Quecksilberdruck)
2,3 Zoll Wasser,
- bei starkem Anblasen (mit 24 Mm. Quecksilberdruck)
4,4 Zoll Wasser,
- bei sehr starkem Anblasen (mit 30 Mm. Quecksilberdruck)
(6,3 Zoll Wasser.

Ich fand bei meiner gleich anfangs erwähnten, mit dem Munde angeblasenen, 10 Zoll langen Pfeife als größtes Resultat aus sehr vielen Versuchen:

- für den Grundton (bei 4 Mm. Quecksilberdruck)
1 Zoll 10 Lin. Wasser,
- für den ersten Oberton (bei 19 Mm. Quecksilberdruck)
 $4\frac{1}{2}$ Zoll Wasser,
- für den zweiten Oberton (bei 40 Mm. Quecksilberdruck)
8 Zoll Wasser.

Ich habe noch mehrere gedeckte Pfeifen von sehr verschiedener Größe und Mensur, die gut ansprachen, in Bezug auf den Grundton untersucht; der größte Ueberdruck, den ich bekam, war bloß 2 bis 3 Zoll; freilich

1) Diese Ann. 1870, No. 11.

konnte ich die Pfeifen nicht mit einem so hohen Blasbalgdruck anblasen, wie Töpler und Boltzmann, denn die meisten übersprangen bald in den Oberton. Jedenfalls muß man, falls ein Schallmanometer wirklich den Druckzuwachs im Knoten der Pfeife angiebt, den Ueberdruck von 12 Zoll Wasser für den Grundton als einen enormen betrachten, denn die Tonstärke wächst nach Töpler und Boltzmann mit zunehmenden Blasbalgdrucke anfangs zwar rasch, dann aber nur langsam, und es muß also Kundt, wie Töpler und Boltzmann bemerken, seine Pfeife mit außerordentlich großem Druck angeblasen haben.

Auch fand ich den Unterschied zwischen offenen und gedeckten Pfeifen bei weitem nicht so groß, wie Kundt; Kundt bekam im Knoten der offenen Pfeife 3 bis 4 Zoll Ueberdruck, bei der gedeckten aber 8 bis 12 Zoll. Ich bekam bei der obenerwähnten 10 Zoll langen Pfeife für den Grundton sogar mehr, wenn sie offen war, als wenn sie gedeckt war. Auch zeigten seitwärts gerade unter das Mundloch eingesetzte Schallmanometer mit empfindlichem Ventil beträchtliche Druckänderungen; Kundt bekam jedoch im Bauche der Pfeife nicht die geringste Druckänderung.

Kundt hat sich ebenfalls, jedoch ohne Erfolg, bemüht, mit einem in freier Luft befindlichen Schallmanometer von dem Ton einer in unmittelbarer Nähe angeblasenen Pfeife eine Anzeige zu erhalten. Dies gelingt jedoch ganz leicht, wenn man den Spalt des Ventils nur klein nimmt, etwa 3 bis 4 Mm. lang, $\frac{3}{4}$ Mm. breit, und ihn mit einer ganz schmalen ($1\frac{1}{2}$ Mm. sehr dünnen, fast gar nicht gespannten Kautschuckmembran (oder einem nur an einer Seite angeklebten Staniolstreifen) bedeckt. Zur Erregung nimmt man hohe, starke Töne, am besten die Obertöne einer offenen, etwa 1 Fuß langen Pfeife, die mit dem Munde angeblasen wird. Das Blech mit dem Spalt ist an einem kurzen Röhrenstückchen von Metall angelöthet; dieses Röhrenstückchen passt genau in eine weitere Röhre (von 3 Ctm. Durchmesser), in die mittelst eines Korkes ein

Manometer angesetzt wird¹⁾; das Röhrenstückchen kann man auch umgekehrt in die weitere Röhre stecken und erhält so nach Belieben ein Verdünnungs- oder Verdichtungsmanometer, das man mit gutem Vortheil auch bei Pfeifen verwenden kann. Man bekommt merkliche Druckänderungen, wenn die Pfeife auf 1 bis 2 Fuß Entfernung angeblasen wird.

Das Manometer ist auf verschiedene Töne verschieden empfindlich, und man könnte wohl die Pfeife in größere Entfernung bringen, wenn der Ton gut getroffen ist. Setzt man einen gewöhnlichen Trichter an das Manometer an, so werden die Druckänderungen bedeutend vergrößert; ich bekam in einem Falle 3 Zoll Verdünnung, wenn die Pfeife eine Handbreit vor dem Trichter angeblasen wurde.

Am besten gelingt aber der Versuch mit einem Resonator, den man an des Schallmanometer ansetzt (Fig. 17, Taf. VI). Ich stimmte genau den ersten Oberton einer 1 Fuß langen Pfeife auf einen Resonator, der mittelst erweichtem Wachs luftdicht an das Manometer angesetzt wurde; das Manometer zeigte eine merkliche Druckänderung auf eine Distanz von 4 Meter.

Setzt man an das Ende der gedeckten Pfeife ein bloßes Manometer ohne Ventil ein, so zeigt dieses beim Tönen eine kleine Verdichtung; nach Kundt soll dieses davon herrühren, daß der aus dem Spalt der Pfeife dringende Luftstrom nicht an der Kante vorbeistreift, sondern etwas in die Pfeife hineinreicht. Man kann aber diese Verdichtung leicht in eine Verdünnung verwandeln, wenn man in kleiner Entfernung über dem Spalt parallel zu diesem ein Holzleistchen *L* anklebt (Fig. 18, Taf. VI); der Ton der Pfeife verliert dadurch an Reinheit und das Manometer zeigt eine kleine Verdünnung. Nimmt man immer breitere Leistchen, die immer mehr über die Mundöffnung ragen, bis diese ganz überdeckt wird, so wird

1) Statt des Manometers kann man auch eine horizontale Glasröhre mit einem Wassertropfen ansetzen; wird das Ventil erregt, so bewegt sich der Tropfen.

der Ton immer mehr unrein, bis er ganz verschwindet; die Verdünnung steigert sich dabei immer mehr, trotzdem man glauben sollte, daß der Luftstrom jetzt noch mehr zusammengehalten und also in die Pfeife hineingetrieben werde. Auch durch bloßes Ueberdecken der Mundöffnung mit der Hand kann man leicht eine Verdünnung im Manometer erzielen; der Ton ist hiebei fast ganz ausgelöscht.

Man kann außer dem Kundtschen noch ein anderes Ventil für den Schall verfertigen, welches ziemlich merkwürdig ist. Ein kurzes Glasröhrchen, welches in die Röhre des Manometers passte, wurde zu einer feinen Spitze ausgezogen, mit etwas weichem Wachs in das Manometer mit der Spitze nach innen eingesetzt (Fig. 19, Taf. VI natürl. Gröfse) und die Spitze nach und nach immer mehr abgebrochen; bei einer gewissen Gröfse der Oeffnung in der Spitze zeigte das in die Pfeife eingesetzte Manometer eine Verdünnung von 1 bis 2 Linien Wasser. Kehrt man die Spitze des Trichterchens nach außen, so zeigt das Manometer eine Verdichtung, und zwar eine ziemlich gröfsere, als wenn man das blofse Manometer ohne Trichterchen verwendet. Die ganze Erscheinung verschlechtert sich in dem Maafse, als die Oeffnung in der Spitze des Trichterchens zu fein oder zu weit wird.

Aehnliche Erscheinungen wie am Kundt'schen Manometer kann man wahrnehmen, wenn man an das Ende einer Pfeife, am besten einer Metallpfeife von kreisförmigem Querschnitt (Durchm. = 3 Ctm., Länge = 1 Fuß) eine gute Kautschukmembran *M* (Fig. 20, Taf. VI) möglichst straff anspannt und senkrecht auf ihre Mitte ein an einem Ende ebengeschliffenes Glasröhrchen (innerer Durchm. = 2 Mm.) ansetzt; das andere Ende verbindet man mit dem in Fig. 16 dargestellten Manometer. Bläst man die Pfeife am besten auf einen ihrer Obertöne¹⁾ an, so bekommt man je nach der Stellung des Wasserniveau's im Manometerschenkel entweder eine Verdichtung, oder

1) Der Grundton ist stets tiefer, als der Grundton der gedeckten Pfeife, wie hoch man auch die Membran stimmen mag.

gar keine Druckdifferenz, oder eine Verdünnung bis zu einigen Centimetern. Die Erscheinung ist sehr variabel, je nach der Stellung des Glasröhrchens zur Membran.

Eigenthümliche Erscheinungen treten auf, wenn man nach Entfernung des Manometers bei vertical gestellter Pfeife oben auf die Membran eine Schicht von Wasser gießt, dessen Abfließen ein vorstehender Rand *R* hindert; die Pfeife wird wieder mit dem Munde durch einen Schlauch angeblasen. Paßt das Ende des Röhrchens nicht genau auf die Fläche der Membran, so steigt Wasser in das Röhrchen und zwar zufolge der Capillarität höher als der äußere Wasserspiegel. Bläst man nun die Pfeife auf den Grundton an, so wird gewöhnlich sofort ein Theil des Wassers bis auf einen kleinen Rest aus dem Röhrchen herausgesaugt. Zuweilen steigt beim Anblasen eines von den Obertönen das Wasser schnell im Röhrchen auf; auch machte ich dabei wiederholt die eigenthümliche Beobachtung, daß, wenn das etwa 8 Ctm. lange Röhrchen ganz mit Wasser gefüllt wurde, beim Anblasen eines bestimmten Obertones das Wasser im Röhrchen überfloß oder, wenn man eine längere Röhre ansetzte, sogar einige Zoll hoch aufstieg; ließ man aber das Wasser über einen gewissen Punkt (beiläufig in der Höhe von 3 Ctm.) sinken, so kehrte sich die Erscheinung um; das Wasser wurde aus dem Röhrchen sehr schnell ausgesaugt; sobald aber das Wasser nur sehr wenig höher stand, als dieser Punkt, füllte sich sogleich das Röhrchen. Alle diese Erscheinungen sind ebenfalls sehr variabel.

Die Oberfläche des Wassers zeigt beim Tönen der Pfeife die von Faraday und Matthiessen, jedoch nicht an Membranen, sondern an tönenden Platten beobachteten Wellenformen; dazu ist es gut, wenn man das Röhrchen fortnimmt. Ist schon sehr wenig Wasser auf der Membran, so strömt alles Wasser ziemlich schnell nach dem Ort der größten Excursion, nämlich nach der Mitte zu, was bisher nur am *Lycopodium* beobachtet wurde; natürlich sammelt sich auch das *Lycopodium* bei nicht allzustarkem Blasen zu einem Häufchen auf die Mitte.

Nimmt man den vorstehenden Rand von der Membran weg und giebt parallel zu derselben auf etwa 2 Ctm. Entfernung einen Streifen dünnen Papiers vor dieselbe, so wird der Streifen beim Anblasen der Pfeife sofort auf die Membran gezogen; ist er nicht nahe genug, so neigt er sich blos zur Membran hin. Der Streifen kann breit oder sehr schmal seyn, ja selbst ein dünner langer Glasfaden neigt sich beim Tönen zur Membran, wenn er nahe genug ist. Aehnlich hat Hr. Professor Mach beobachtet, daß, wenn man im Knoten einer offenen Pfeife ein Loch macht, ein Papierstreifen beim Tönen auf das Loch hingezogen wird; ich hängte einen vor dem Luftstrom, der aus dem Kernspalt der Pfeife kommt, geschützten Zwirnfaden nahe vor eine solche runde Oeffnung; der Faden wurde stets zur Mitte der Oeffnung gezogen, selbst wenn er etwas seitwärts hing. Hierher gehörige Beobachtungen sind schon 1834 von Guyot, 1869 von Guthrie, dann später von Schellbach gemacht worden; eine Theorie stellten Thomson und Challis auf. (*Ann. de chim. et de phys. T. XXV, pag. 199, Jahrgang 1872.*) Auch in Mach's Physik für Mediciner (1862) sind S. 236 ähnliche Erscheinungen erwähnt.

Zum Schlusse will ich noch eine Erscheinung anführen, die ich am Kundt'schen Manometer zu beobachten wiederholt die Gelegenheit hatte; läßt man nämlich kleine Luftblasen in den mit der Pfeife verbundenen Manometerschenkel aufsteigen (dieses gelingt am besten, wenn man das Glasgefäß so tief herabsenkt, bis das Wasser aus den Manometerröhren ganz austritt, und dann schnell wieder heraufbringt), so bleiben sie knapp unter der Oberfläche des Wassers stehen; man läßt nun am besten einen Oberton der Pfeife kräftig ertönen, wobei das Manometer eine, jedoch nicht große, Verdichtung geben soll, was bei den vielen Abnormitäten des Kundt'schen Manometers öfters eintritt; die Luftblasen steigen sogleich unter das Niveau herab, die kleineren tiefer als die größeren, und bleiben

während des Tönens unverändert an derselben Stelle; hört der Ton auf, so steigen sie wieder auf.

Sämmtliche Versuche wurden im Prager physikalischen Laboratorium ausgeführt.

VIII. *Eine Quecksilberventilluftpumpe* von *A. Mitscherlich*.

Seit vier Jahren wende ich für chemische Zwecke und zu Spectraluntersuchungen eine Quecksilberventilluftpumpe an, die sich durch sehr einfache Handhabung, durch Vermeidung eines todten Raumes, durch bequeme Reinigung und durch geringe Herstellungskosten auszeichnet. Die Construction dieser Luftpumpe ist folgende.

An einem je nach Bedürfnis großen oben und unten eng zugehenden Gefäße *A* (Fig. 3, Taf. VII), das wie alle weiter beschriebenen Theile des Apparates aus dickem Glase gemacht ist, ist ein Rohr *B* von 10 Mm. Weite und 140 Mm. Länge angeschmolzen, das sich bei *C* bis zur Breite von 5 Mm. verengt. In die hierbei entstehende kegelförmige Oeffnung paßt ein sehr gut eingeschliffener Glaskegel *D* eines Glasstabes *E* von 7,5 Mm. Dicke und 160 Mm. Länge hinein. Derselbe sinkt bei aufrechter Stellung ungefähr bis 25 Mm. in Quecksilber ein. An dem unteren Ende des Gefäßes *A* befindet sich ein 13 Mm. weites und 900 Mm. langes Glasrohr *F*, das an seinem Ende um 180° gebogen ist. Wo sich das Gefäß *A* zu dem Rohr *F* verengt, ist auf der einen Seite ein V-förmig gebogenes Rohr *G* von 5 Mm. Weite angeschmolzen, dessen senkrecht nach unten gehender Schenkel 50 Mm. und dessen anderer senkrecht nach oben gehender, am Ende zugeschmolzener Schenkel 90 Mm. lang ist. An der diesem Rohre entgegengesetzten Stelle befindet sich das Rohr *H* angeschmolzen, welches

eine Weite von 6 Mm. hat und bis zur fast senkrechten Biegung 30 Mm. lang ist. Es hat eine Erweiterung bei *I*, in der nach oben ein doppelt kegelförmiges Glasstück vollständig luftdicht eingeschliffen ist. Dieses Glasstück, welches so lang ist, daß es seine Richtung im Rohr stets beibehalten muß, ist auf der dem Schliffe entgegengesetzten Seite etwas zusammengedrückt, so daß es in keiner Weise einen Verschluss der Oeffnung des Rohres nach unten bewirken kann. Das Rohr *H* ist hinter *I* um nicht ganz 90° gebogen und erweitert sich dann zum Rohr *P*, das die Länge von 85 und die Weite von 20 Mm. hat. In seinem etwas verengten Ende ist luftdicht das Rohr *L* eingeschliffen. An dem letzteren befindet sich möglichst dicht beim Schliffe ein gut schließender Hahn mit einem Rohr. Ueber das Rohr *F* wird ein Schlauch wo möglich von schwarzem oder rothem Kautschuk (der graue bildet bei längerem Gebrauche Schwefelquecksilber) von der inneren Weite von 11 Mm., dem äußeren Durchmesser von 19 Mm. und der Länge von 1,5 M. befestigt. Das andere Ende des Schlauches ist in das Abflußrohr einer Flasche *N*, welche nach Bedürfnis groß ist, dicht und fest eingepaßt. Auf das Rohr *B* ist durch ein Stück Kautschukschlauch luftdicht aufgesetzt ein Glasrohr *O* von der gezeichneten Form, welches die Länge von 90 und die Weite von 19 Mm. hat. Wo dieses Rohr enger wird, ist in geringer Entfernung vom Glasstabe ein Kork, der in der Mitte eine Oeffnung hat, eingepaßt. An dem Rohr *F* wird der Apparat durch einen starken Halter, der mit einem Gewichte beschwert wird, wie die Zeichnung angiebt, befestigt.

Die Größe des Gefäßes *A* und der obengenannten Flasche *N* ist abhängig von der Quantität Quecksilber, welche man verwenden will. Für meine Zwecke war die Größe von 300 C'. C' für *A* und 600 C'. C. für *B* ausreichend. Eine Aenderung in der Weite der Glasröhren wird nur dann erforderlich seyn, wenn viel kleinere oder viel größere Mengen Quecksilber verwendet werden sollen.

Nachdem die genannten Apparate vollständig gereinigt und getrocknet sind, wird hinreichend Quecksilber in die Flasche *N* hineingegossen. Wird dann diese gehoben, so schließt sich das Ventil *I*, Ventil *C* öffnet sich, und die Luft in der Pumpe entweicht durch das letztere. Sobald ein Theil des Quecksilbers in das Rohr *B* hineintritt, wird die Flasche *N* gesenkt. Ist der Hahn *L* hierbei verschlossen, so wird im Apparat ein sehr luftverdünnter Raum erzeugt.

Durch wiederholtes Heben und Senken der Flasche wird ein fast vollständiges Vacuum erzielt. Um dies zu bestimmen, dient das Manometer *G*, welches sich schon während des Pumpens mit Quecksilber theilweis gefüllt hat. Um den nach oben gehenden Schenkel vollständig zu füllen, wird das Quecksilber in demselben bis zum Kochen sehr vorsichtig unter schräger Stellung der ganzen Pumpe so erhitzt, daß nachher aus dem andern Schenkel das Quecksilber in den nur mit Quecksilberdampf gefüllten ersteren Schenkel hineintritt.

Das Rohr *P*, welches als Trockenapparat dient, wird bei seiner Verengung durch ein schräg zugehendes, ganz kurzes Glasrohr und etwas Asbest so verschlossen, daß Gasarten und Quecksilber hindurch treten können, aber kein gröberes Pulver in die Pumpe gelangen kann. Dann wird oberhalb des Asbestes das Rohr mit wasserfreier Phosphorsäure gefüllt und durch Rohr *L* verschlossen. Jede Spur von Wasserdampf wird schnell von dem Phosphorsäureanhydrid aufgenommen.

Um das Herausfallen des Glasstabes *E* aus der Oeffnung von *B* bei etwas unvorsichtigem Pumpen zu verhindern, dient Rohr *O*. Der Kork befindet sich in diesem Rohr, damit hierdurch ein starker Stoß des Glasstabes *E* gegen das Rohr *C* verhindert wird. Nur durch Heben und Senken der Flasche *N* ohne jede weitere Operation, wird ein schnelles und fast vollständiges Auspumpen der Apparate, die sich am Rohr *L* befinden, bewirkt. Als Verbindungen zwischen der Pumpe und den Apparaten,

aus denen die Gasarten entfernt werden sollen, genügen für die gewöhnlichen Operationen schwarze Kautschukschläuche mit 15 Mm. Oeffnung. Ist der Hahn *L* gut verschlossen, so hält sich das in der Pumpe nach kurzer Zeit erzielte, fast vollständige Vacuum monatelang unverändert.

Selbstverständlich müssen die Ventile beim Gebrauch der Pumpe von Wasser, Fett und ähnlichen Körpern frei gehalten bleiben, wenn die Pumpe ihre Schuldigkeit thun soll. Hat eine Verunreinigung der Ventile stattgefunden, wie solches bei Arbeiten mit Körpern wie Chlor u. s. w. leicht geschehen kann, so läßt sich die Pumpe schnell aus einander nehmen und bequem reinigen.

Beabsichtigt man die Gasarten, welche herausgepumpt werden, einer weiteren Untersuchung zu unterwerfen, so wird das Rohr *O* vollständig mit Quecksilber gefüllt, und die Gasarten, welche beim Pumpen durch Rohr *O* entweichen, werden aufgefangen.

Der Preis der Glastheile der Pumpe ohne Flaschen stellt sich auf zwei Thaler.

Münden, August 1873.

IX. *Ein Variationsbarometer;* *von R. Kohlrausch.*

Ein Barometer, welches mit einer unbegrenzten Empfindlichkeit den Mangel an jeder Reibung vereinigt, welches nur einer einzigen ohne Zeitverlust anzustellenden Beobachtung bedarf und ein so geringes Trägheitsmoment besitzt, daß es den Schwankungen des Luftdruckes im Bruchtheil einer Secunde folgt, findet vielleicht einiges Interesse, weßwegen ich die einfache Art beschreiben will, wie ich ein solches hergestellt habe. (Fig. 1, Taf. VII)

Der luftleere Metallring aus einem Bourdon'schen

Aneroid ¹⁾ ist einerseits an einen Halter fest angeschraubt; das andere freie Ende stößt mit seinem abgerundeten Vorsprung an ein Spiegelchen in Metallrahmen, welches an kleinen Stahlfedern (Streifen Pendelstahl) aufgehängt ist. Eine Axe, die ich zuerst versuchte, auch die feinste, machte durch ihre Reibung die Empfindlichkeit illusorisch, weswegen ich den schon vier Jahre alten Apparat als unbrauchbar auf die Seite gestellt hatte. Der Spiegelhalter kann auf der Bodenplatte mittels zweier Schlitzlöcher ein wenig verschoben werden. Der Spiegel muß bei dem niedrigsten Barometerstand noch sicher an dem Vorsprung anliegen. Zur raschen Beruhigung von Vibrationen dient ein an den Ring angelötheter kleiner Flügel, welcher in ein Gefäß mit Flüssigkeit (Glycerin) *untertaucht*.

Das Instrument wird auf einem Wandstativ fest aufgestellt, am besten mittels einer Schraube durch die Mitte der Bodenplatte angedrückt, nachdem man es mit den Stellschrauben regulirt hat, und nun mit Fernrohr und Vertical-Scale in gewöhnlicher Weise beobachtet. ²⁾

Meine Scale befindet sich etwa 3 Meter vom Spiegel entfernt. Dabei entsprechen nahe 25 Scalentheile einem Millimeter des Quecksilberbarometers, so daß die bei uns vorkommenden Schwankungen des Luftdruckes eine Meter-scale in Anspruch nehmen. Rasches Oeffnen oder Schließen der Thür in dem Beobachtungsraume von etwa 300 Cubikmeter bewirkt eine Bewegung des Bildes um 2 bis 3 Scalentheile. — Eine weitere Vermehrung der Empfindlichkeit könnte durch einen größeren Abstand der Scale oder durch einen höher gelegenen Contactpunkt am Spiegel ohne Schwierigkeit erzielt werden, dürfte aber zwecklos seyn.

Das Instrument ist selbstverständlich zu Beobachtungen in kurzem Zeitraum bestimmt; das meinige änderte übrigens

- 1) Ich habe solche Röhren durch Hrn. Universitätsmechanicus Apel in Göttingen erhalten.
- 2) Herr Mechanicus Waibler in Darmstadt liefert den Apparat für 12 Thaler.

im Laufe eines ganzen Monats seinen Stand gegen ein Quecksilberbarometer nur um etwa $\frac{1}{4}$ Mm. des letzteren.

Den Einfluß der Temperatur anlangend, so war derselbe ungewöhnlich groß, nämlich etwa 0,3 Mm. auf 1° . Da einer erhöhten Temperatur ein Sinken der Einstellung entsprach, so rührte die Erscheinung offenbar von einem zu großen Luftgehalt des Rohres her und läßt sich leicht beseitigen. Indem man die Abnahme der Elasticität des Metalls und die Zunahme derjenigen der inneren Luft als zwei entgegengesetzte Correctionen hat, so muß sogar die Temperaturcorrection jedes Aneroidbarometers durch einen bestimmten Luftgehalt zu annulliren seyn.

Aus den Beobachtungsreihen, welche ich im Laufe der letzten Monate hin und wieder angestellt habe, geht hervor, daß der Luftdruck, wie zu erwarten, selten auch nur kurze Zeit constant bleibt. Meistens finden die Aenderungen bis auf sehr kleine Schwankungen stetig statt. Anders dagegen ist es zu Zeiten bewegter Luft. Die obere Curve Fig. 2 Taf. VII giebt z. B. den Gang während dreier Minuten am 26 Febr. d. J., einem stürmischen Tage. Die ganze Höhe der Figur entspricht einem Mm. Quecksilber, so daß die größte Schwankung $\frac{1}{2}$ Mm. bedeutet. In dem Beobachtungsraume war ein der Windrichtung abgewandtes Fenster geöffnet. Die Notirungen geschahen von 3 zu 3 Secunden; trotzdem konnte eine große Anzahl von kleineren Schwankungen nicht verzeichnet werden. Die untere Curve giebt den Gang während eines mäßigen Hagelschlages mit Gewitter am 30. Mai, ebenfalls im Laufe von 3 Minuten. Das Wetter hatte bereits einige Minuten vorher begonnen. Die kleineren Schwankungen, welche der anfänglichen stärkeren Welle folgen, setzen sich abnehmend noch einige Zeit fort.

Der verflossene Sommer gab häufig Gelegenheit, während heftiger Gewitter zu beobachten, doch habe ich niemals einen Zusammenhang der Schwankungen mit Blitzschlägen entdecken können.

Ich muß zum Schluß bemerken, daß Hr. Röntgen in anderer Weise die Spiegelablesung für Druckmessung bereits angewendet und auch ein Aneroidbarometer mit Spiegelablesung in Aussicht gestellt hat.¹⁾

X. Erwiderung auf die Bedenken des Hrn. Reye gegen meine Erklärung der Sonnenflecke und Protuberanzen; von F. Zöllner.

Herr Professor Reye hat vor Kurzem in diesen Annalen (Bd. CXLIX, 468, ff.) Bedenken gegen meine Anschauungen von der physischen Beschaffenheit der Sonne ausgesprochen, auf welche ich mir Folgendes zu erwidern erlaube.

Hr. Reye erkennt in seinem Buche über Wirbelstürme²⁾ trotz des von ihm entdeckten und von mir mit verbindlichem Danke verbesserten Fehlers³⁾ die principielle Berechtigung meines Einwandes gegen die wolkenförmige

1) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 624.

2) „Die Wirbelstürme, Tornado's und Wettersäulen in der Erd-Atmosphäre mit Berücksichtigung der Stürme in der Sonnen-Atmosphäre, dargestellt und wissenschaftlich erklärt von Dr. Theodor Reye, ord. Professor a. d. Universität Straßburg. Hannover 1872.“

3) Berichte der K. S. Ges. d. W. Sitzung am 21 Febr. 1872, S. 182 „Ueber die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne“, 2. Abhandlung.

Meine Worte an der betreffenden Stelle sind folgende:

„Uebrigens bin ich Hrn. Reye zu Dank verpflichtet, daß er S. 177 seiner Schrift einen Fehler verbessert hat, den ich mir in meiner Abhandlung „Ueber das Rotationsgesetz der Sonne und der großen Planeten“ S. 91 bezüglich der Verwandlung der Sonnenflecken in Streifen nach Analogie der auf Jupiter und Saturn beobachteten Streifenbildung wolkenartiger Produkte habe zu Schulden kommen lassen. Aus der von mir in derselben Abhandlung mitgetheilten Tabelle von Carrington ist unmittelbar ersichtlich, daß der Unterschied der täglichen Rotationsgeschwindigkeiten zweier Punkte der Sonnenoberfläche, deren heliographische Breiten um 1° verschieden sind, im Durchschnitt nicht 1,6 Grad (wie irrthümlich von mir angegeben), sondern 1,6 Minuten beträgt.“

Natur der Sonnenflecke an, indem er (a. a. O. 177) wörtlich sagt:

„Zöllner's Einwand bleibt gleichwohl bestehen, wenn er auch sehr an Gewicht verliert.“

Wenn daher der Hr. Verfasser in seiner letzten Publication (a. a. O. 409) bemerkt:

„Hrn. Zöllner's einziger Einwand gegen die von Galilei, Kirchhoff und Spörer angenommene wolkenartige Beschaffenheit der Sonnenflecke, daß nämlich eine Streifenbildung bei den einzelnen Flecken nicht wahrgenommen werde, beruht auf einem groben Rechenfehler; ...“ so dürfte ihn vielleicht nachträglich die Grobheit des Fehlers verleitet haben, die Bedeutung desselben für meine Theorie zu überschätzen. Denn die *allgemeineren* Gesichtspunkte für die Annahme schlackenartiger Abkühlungsproducte auf der Sonnenoberfläche habe ich vor mehr als 8 Jahren in Verbindung mit der Entwicklungsgeschichte aller glühenden und sich abkühlenden Weltkörper und der Theorie der veränderlichen Sterne darzulegen versucht¹⁾. Aber auch abgesehen hiervon glaube ich in einer erst kürzlich der K. Sächs. Gesellschaft vorgelegten Abhandlung „Ueber den Aggregatzustand der Sonnenflecke“²⁾ jene Annahme von rein physikalischen Gesichtspunkten aus noch eingehender begründet zu haben, als mir dies bereits

- 1) Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper. Leipzig 1865. Ich bemerkte hier S. 252 ff. wörtlich Folgendes:

„Eine wesentliche Stütze scheint mir diese Theorie, abgesehen von ihrer Einfachheit, noch dadurch zu erhalten, daß man in den fünf Entwicklungsphasen ungezwungen die verschiedenen Perioden wieder erkennt, welche nach den Ergebnissen der Geologie der von uns bewohnte Planet bereits durchlaufen hat. Sieht man daher bei der Erde von ihrer Erleuchtung durch die Sonne ab, so würde sie in den verschiedenen Stadien ihrer geologischen Entwicklung einem entfernten Beobachter analoge Erscheinungen dargeboten haben, wie man sie gegenwärtig bei der Sonne als Sonnenflecken, bei anderen Fixsternen als periodischen Licht- und Farbenwechsel, allmähliges Verschwinden und als plötzliches Aufleuchten neuer Sterne beobachtet.“

- 2) Sitzung vom 7. November 1873.

durch den befriedigenden Zusammenhang gelungen schien, in welchen alle *wesentlichen* Phänomene an der Sonnenoberfläche unter Voraussetzung einer schlackenartigen Natur der Flecke gebracht werden können.

Der zweite Einwand des Hrn. Reye bezieht sich auf meine Erklärung der sogenannten eruptiven Protuberanzen. Ich bemerkte im Eingange meiner ersten Abhandlung über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne¹⁾ Folgendes:

„Unter den charakteristischen Formen der Protuberanzen, welche gegenwärtig das Spectroskop mit erweitertem Spalte jederzeit zu beobachten gestattet, befindet sich eine nicht unbeträchtliche Anzahl solcher, deren Anblick jedem unbefangenen Beobachter unmittelbar die Ueberzeugung verschafft, daß wir es hier mit gewaltigen Eruptionen von glühenden Wasserstoffmassen zu thun haben.

Ohne das Gebiet bekannter Analogien²⁾ und damit die Bedingung für die Erklärbarkeit kosmischer Phänomene zu verlassen, ist es nicht wohl möglich, eine andere Ursache dieser Eruptionen, als die *Druckdifferenz* des ausströmenden Gases im Innern und an der Oberfläche der Sonne anzunehmen. Die Möglichkeit einer solchen Druckdifferenz setzt aber nothwendig das Vorhandensein einer Trennungsschicht zwischen den innern und äußeren Wasserstoffmassen voraus, von denen die letzteren bekanntlich einen wesentlichen Theil der Sonnenatmosphäre bilden.“

In einer späteren Abhandlung formulirte ich diese Anschauung in folgender Weise:

„Die eruptiven Protuberanzen entstehen durch Druckdifferenzen zwischen dem Druck einer in der Flüssigkeit eingeschlossenen oder von ihr absorbirten Gasmasse und dem äußeren, durch die Cohärenz und Schwere der oberen Flüssigkeitsschichten vergrößerten Druck der Atmosphäre.“

- 1) Berichte der K. Sächs. Ges. d. W. Sitzung vom 2 Juni 1870. S. 103.
- 2) Z. B. der vulkanischen Eruptionsphänomene an der Erdoberfläche. (Zusatz.)
- 3) Berichte der K. Sächs. Ges. d. W. Sitzung am 11. Febr. 1871. S. 107.

Endlich, in meiner zweiten Abhandlung über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne¹⁾ erläuterte ich die gleiche Erscheinung mit folgenden Worten:

„Betrachtet man dagegen die Sonne als eine glühend-flüssige Masse, welche mit einer dichten Hülle von Dämpfen und Gasen umgeben ist, die sich entsprechend dem Dalton'schen Gesetze gegenseitig durchdringen, so wird ein Theil der Gase, z. B. des Wasserstoffes, nach Maßgabe des Druckes an der Basis der Atmosphäre von der glühend-flüssigen Oberfläche absorbiert werden.“²⁾ Bestände z. B. die Atmosphäre unserer Erde aus Kohlensäure von einigen Atmosphären Druck, so würden die Oberflächen der Meere aus kohlensaurem Wasser bestehen, aus welchem bei localer Steigerung der Temperatur oder Verminderung des Druckes ein Theil des absorbierten Gases in Form von Gasblasen an der betreffenden Stelle entweichen muß, um das in der Atmosphäre gestörte Gleichgewicht wieder herzustellen.“

Diese Anschauungen von den Ursachen der eruptiven Protuberanzen glaubt Hr. Reye durch folgende Argumente als eine grundlose widerlegen zu können:

„Die Annahme einer feurig-flüssigen Oberflächenschicht der Sonne, aus welcher die eruptiven Protuberanzen hervorbrechen, ist keineswegs, wie Hr. Zöllner behauptet, zur Erklärung dieser Protuberanzen nothwendig; vielmehr können letztere, wie ich nachgewiesen habe, in der Sonnen-Atmosphäre selbst durch den bloßen Auftrieb stark erhitzter Gase entstehen (vgl. Wirbelst., S. 169 und 232 bis 234).

Jene Zöllner'sche Annahme ist geradezu unzureichend zur Erklärung derjenigen von Lockyer beobachteten Protuberanzen, in denen die Geschwindigkeit der auf-

1) Ebendasselbst. Sitzung am 21. Febr. 1873.

2) „Dafs auch glühende Flüssigkeiten Gase schon unter geringem Drucke auflösen und absorbiren können, zeigen die Beobachtungen von St. Claire Deville über die Auflösung von Gasen in schmelzendem Glase.“ *Comptes rendus* T. 57, p. 965.

steigenden Gase oben gröfser ist als unten („Wirbelst., S. 168, 169).

Die feurig flüssige Oberflächenschicht ist Hr. Zöllner für seine Schlackentheorie der Sonnenflecke schlechterdings unentbehrlich; der einzige anderweitige Grund aber, den er für die Existenz dieser Schicht angiebt (nämlich, dafs sie nothwendig sei zur Erklärung gewisser Protuberanzen), ist aus dem oben Gesagten hinfällig.“

Diesen Bemerkungen des Hr. Reye gegenüber werde ich nun nachweisen:

Erstens, dafs Hr. Reye sich auf Beobachtungen Lockyer's bezieht, die derselbe niemals angestellt hat, noch anstellen konnte.

Zweitens, dafs auch für Hr. Reye's Erklärung der Sonnenflecke und eruptiven Protuberanzen „durch den Auftrieb stark erhitzter Gase“ eine feurig-flüssige oder feste Oberflächenschicht der Sonne „schlechterdings unentbehrlich“ ist.

Drittens, dafs die sämmtlichen Rechnungen des Herrn Reye, welche sich auf Bewegungserscheinungen in der Atmosphäre der Erde oder der Sonne beziehen, nur als mathematische Fictionen zu betrachten sind, die für reale Verhältnisse jede Bedeutung verlieren.

1.

Die auf Lockyer's Beobachtung bezüglichen Worte, auf welche Hr. Reye sich oben bezieht (Wirbelst., S. 168, 169) lauten folgendermassen:

„Auch Lockyer hat übrigens ähnliche Geschwindigkeiten in der Sonnenatmosphäre beobachtet; am 12. Mai 1869 beobachtete er *mitten auf der Sonnenscheibe* eine Protuberanz, in welcher das glühende Wasserstoffgas mit *nach oben hin* wachsender Geschwindigkeit emporstieg, bis es schliesslich mindestens 32 geographische Meilen per Secunde zurücklegte. Das Spectroskop gestattet nämlich, die relative Bewegung glühender Gase in Bezug auf unser Auge zu bestimmen.“

Hr. Reye verweist bezüglich dieser Stelle auf 51.b des seiner Schrift angehängten „Literatur-Nachweises“ und hier findet sich citirt: „Schellen, die Spectralanalyse, 2. Aufl. 1871.“ Auf S. 435 dieses Werkes ist durch Reproduction einer Lockyer'schen Zeichnung „die ungleiche Verschiebung der grünblauen Wasserstofflinie H_{β} “ in einer Protuberanz dargestellt, in welcher lebhafte Bewegungen des Gases stattfinden.

Ein Jeder, dem es auch nur einigermaßen gelungen ist, sich eine Vorstellung von der hierbei angewandten Beobachtungsmethode zu machen, erkennt sofort, daß hier nicht von einer Protuberanz „*mitten auf der Sonnenscheibe*“ die Rede ist, sondern von der Mitte einer Protuberanz *am Rande der Sonne*, wo spectroscopisch nur Geschwindigkeiten beobachtet werden können, die *parallel* der Sonnenoberfläche sind. Dem entsprechend haben also die folgenden Worte in Schellen's Spectralanalyse einen ganz anderen Sinn, als denjenigen, welcher ihnen von Hrn. Reye in obigen Sätzen untergelegt wird. Es wird nämlich über die ungleiche Verschiebung der einzelnen Theile der hellen Wasserstofflinie in jener von Lockyer am 12. Mai 1869 beobachteten Protuberanz a. a. O. Folgendes bemerkt:

„Die grünblaue Linie des Wasserstoffes nämlich erlitt offenbar im Spectroskope eine sehr ungleiche Verschiebung; die unteren Theile, welche der dunklen *F*-Linie zunächst lagen, erfuhren eine geringere Verschiebung und daher eine kleinere Aenderung (Verkürzung) der Wellenlänge, als die entfernter oder höher hinauf liegenden Theile, ein Zeichen, daß das glühende Wasserstoffgas von der Sonne aus dem Auge des Beobachters sich näherte und zwar mit einer Geschwindigkeit, welche in den höheren und minder dichten Regionen der Sonnenumgebung größer war, als in den niedriger gelegenen . . . Lockyer fand, daß die äußerste Verschiebung der hellen *F*-Linie aus einer Verkürzung der Wellenlänge herrührte, welche eine Geschwindigkeit des Gasstromes von mindestens 32 geogra-

phischen Meilen in einer Secunde in der Richtung von der Sonne zur Erde hin anzeigte.“

Es kann also hier, wie man sieht, an eine aufsteigende Bewegung eines Gasstromes und eine Beschleunigung dieser Bewegung in höheren Regionen gar nicht gedacht werden; — und dennoch glaubt Hr. Reye gerade in dieser Beobachtung Lockyer's eine wesentliche Bestätigung seiner Theorie und ein Argument gegen die meinige gefunden zu haben!

Aber es ist auch leicht einzusehen, daß eine solche Beobachtung „mitten auf der Sonnenscheibe“, wie sie Hr. Reye fälschlich Hrn. Lockyer zugeschrieben hat, *unmöglich* ist. Denn obgleich auch auf der Sonnenscheibe aus der Gröfse der beobachteten Verschiebungen der Wasserstofflinie auf die Geschwindigkeit der auf- und absteigenden Ströme geschlossen werden kann, so fehlt doch offenbar jeder Anhalt zur Beurtheilung der Höhe, in welcher sich die bewegte Gasmasse über der sichtbaren Sonnenoberfläche befindet. Es können folglich auch keine Unterschiede der Geschwindigkeit bestimmt werden, welche diese Gasströme in *verschiedenen* Höhen über der Sonnenoberfläche besitzen.

2.

Im Anschluß an einige Beobachtungen Lokyer's über wirbelartige Bewegungen in Protuberanzen und an eine am 29. August 1869 von mir selber beobachtete Protuberanz, welche Andeutungen einer solchen Bewegung zeigte, spricht Hr. Reye seine Ansicht von der *Entstehung eruptiver Protuberanzen* in folgenden Worten aus (Wirbelstürme, 169):

„Wir sind zu der Annahme berechtigt, daß diese Wirbelstürme der Sonnen-Atmosphäre auf ähnliche Weise entstehen wie die großen Cyclonen unserer Oeane, oder besser gesagt (weil ja über ihnen keine wolkenartigen Niederschläge, sondern höchstens glühende Gaswolken sich bilden) wie unsere kleineren Wirbelwinde und Staubhosen.

Bei solchen Protuberanzen, in denen das Wasserstoffgas mit nach oben hin wachsender Geschwindigkeit über die Chromosphäre emporsteigt, dürfte die Annahme eines vorhergehenden labilen Gleichgewichts-Zustandes der Sonnenatmosphäre geradezu nothwendig seyn. Dafs Alles, was wir bis jetzt über die enormen Geschwindigkeiten der eruptiven Protuberanzen wissen, sehr gut mit dieser Annahme vereinbar ist, beweisen unsere Rechnungen im Anhang No. 4.“

Dafs diese „Rechnungen“ des Hrn. Reye für „die enormen Geschwindigkeiten der eruptiven Protuberanzen“ gar nichts beweisen können, erhellt einfach aus dem Umstande, dafs diese Geschwindigkeiten bei jenen Rechnungen bereits als gegeben vorausgesetzt und als solche in die Formeln eingeführt werden. Hr. Reye sagt wörtlich in jenem Anhang No. 4, S. 233:

„Berücksichtigen wir dagegen den Auftrieb dieser Gasmassen, indem wir unsere Gleichungen (16 a) benutzen und nehmen wir ebenso wie Zöllner $V_0 = 179400^m \dots$ an, so ergibt sich“

V_0 ist nun aber jene enorme Anfangsgeschwindigkeit, von 24,17 geogr. Meilen, welche sich aus der Höhe einer bestimmten Protuberanz nach den bekannten Fallgesetzen ergab, wenn man annimmt, dafs diese Höhe von der Protuberanz als freie, emporgeschleuderte Masse erreicht worden ist. —

Für die *Entstehung der Sonnenflecken* nimmt Hr. Reye im Wesentlichen ganz dieselben Ursachen an, d. h. einen aufsteigenden, cyclonenartig bewegten Luftstrom, welcher durch Ueberhitzung tieferer Schichten der Sonnenatmosphäre erzeugt wird. Die Entstehung eines Fleckes wird nämlich von Hrn. Reye wörtlich in folgender Weise geschildert (Wirbelst., S. 179):

„An einer besonders heißen Stelle der Sonnenoberfläche, die gleich den Fackeln heller erscheinen wird als ihre Umgebung, mögen also die dort befindlichen untersten Schichten von Metaldämpfen und Gasen durch Ueber-

hitzung zum Emporsteigen gezwungen werden. Sie dehnen sich dabei aus und erkalten, nachdem sie vielleicht 100 oder 200 geographische Meilen gestiegen sind, so stark, daß die Metaldämpfe sich theilweise verdichten; ihre frei werdende latente Wärme vergrößert zugleich den Auftrieb der übrigen Dampf- und Gasmassen. Eine Wolke bildet sich als dunkler Fleck über der hellen Stelle, rasch wachsend von dem nachströmenden Dampfe, . . .“

Demgemäß erklärt Hr. Reye:

„Die Sonnenflecke sind wolkenartige Verdichtungsproducte in den tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre, welche sich ähnlich wie die großen Wolkenschichten der irdischen Cyclonen von unten her erneuern.“ (a. a. O. 178)

In den vorstehenden Sätzen wird also, wie man sieht, zwei ganz verschiedenen Erscheinungen an der Sonnenoberfläche, — den eruptiven Protuberanzen und den Flecken — dieselbe Ursache vindicirt, nämlich ein aufsteigender, cyclonenartig bewegter Luftstrom. Weshalb aber in dem einen Falle in jenem Luftstrome „keine wolkenartige Niederschläge, sondern höchstens glühende Gaswolken sich bilden“ und so eine eruptive Protuberanz entsteht, die „über die Chromosphäre emporsteigt“ — im anderen Falle dagegen „in tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre „eine Wolke sich als dunkler Fleck über der hellen Stelle bildet,“ dafür habe ich mich vergeblich bemüht, in Hrn. Reye's Buch eine Erklärung zu finden.

Indessen, abgesehen von diesem Umstande, gründet sich die ganze Anschauung des Hrn. Reye von dem Ursprunge der Cyclonen in der Sonnenatmosphäre auf *analoge* Phänomene in der Erdatmosphäre. Hr. Reye ist daher auch genöthigt, die wesentlichen Bedingungen, unter denen nach seiner Ansicht an der Erdoberfläche Cyclonen, Wettersäulen und ähnliche Phänomene entstehen, auch in der Sonnenatmosphäre voraussetzen. Eine wesentliche Bedingung zur Entstehung irdischer Cyclonen ist aber — nach Hrn. Reye's Meinung — die Ueberhitzung der untersten Luftschichten der Atmosphäre durch stark erwärmte Land-

oder Meeresflächen. Hr. Reye sucht unter Anderem diese Anschauung durch folgende Betrachtungen zu erläutern:

„Für diese Erklärung der Wettersäulen spricht zunächst deren Analogie mit den heftig wirbelnden Rauch- und Feuersäulen von Redfield, Olmsted und Espy, dann auch ihr plötzliches Auftreten bei Windstille, in schwüler Luft und über erhitzten Flächen, wie z. B. auf sonnigen Plätzen, dünnen Steppen und öden Wüsten oder über dem glatten, die Sonne heiß zurückstrahlenden Meeresspiegel. Die über glühender Lava beobachteten Wirbelwinde können gewiß nur durch aufsteigende Luftströme befriedigend erklärt werden . . .“

„Die Plötzlichkeit, mit der sich die Wettersäulen wie von selbst in ruhiger Atmosphäre bilden, und die Heftigkeit ihres Auftretens legen den Gedanken nahe, daß ihnen ein *labiles Gleichgewicht der Luft* vorhergehe, und daß durch sie die gewaltsame Umwälzung der Luftschichten geschehe, mit welcher das stabile Gleichgewicht sich wieder herstellt . . .“ „Bei unruhiger Luft oder auf ungünstigem Terrain würde sehr bald diese erwärmte Luft sich ähnlich, wie die Dampfblasen in kochendem Wasser, in kleineren oder größeren Massen vom Boden ablösen und aufsteigen, während an anderen Stellen die kältere Luft herabsinkt und sich über den Boden ausbreitet.“ (Wirbelst., S. 38 u. 39.)

„Ueber einer größeren Fläche, etwa über einem weiten Flussthale, werde also die windstille oder auch ruhig dahinfließende Luft vom Boden aus stark erwärmt, bis allmählig ein stark gespannter Zustand des labilen Gleichgewichtes eingetreten ist. An irgend einer Stelle bewirke eine geringe Störung, etwa der Flug eines Vogels oder der Rauch eines Kamines ein Aufsteigen der Luft. Während diese sich aufwärts bewegt, wächst ihr Auftrieb und damit zugleich ihre Geschwindigkeit; unter ihr bildet sich ein luftverdünnter Raum, nach welchem von allen Seiten die angrenzenden Luftmassen heranströmen, um ihr dann aufwärts zu folgen.“

... „So erklärt sich, wenn einmal der verticale Luftstrom in den Wettersäulen als das Erste und Ursprüngliche erkannt ist, ganz naturgemäß die Saugwirkung so vieler aufsteigenden Tromben, . . .“ (Wirbelst. 46, 47.)

„Welche gewaltige Rolle mögen die Cyclonen aber erst in grauer Vorzeit gespielt haben, als noch die Erde, wie hervorragende Astronomen und Geologen mit Grund behaupten, glühend war! Damals gab es vielleicht *Meere von feurig-flüssiger Lava*, aber keine von Wasser; letzteres war vielmehr theils durchsichtiger Dampf, theils in Form von schweren, dichten Wolken in der viel weiter als jetzt sich erstreckenden Atmosphäre vertheilt, . . .“

„Während vielleicht auf der *feurig-flüssigen Erdoberfläche* keine bedeutenden Unterschiede wahrzunehmen waren, zeigte der umgebende Luftraum bei genauer Beobachtung starke, längere Zeit hindurch andauernde Wallungen, die mit den größeren, regelmäfsig geformten Wolken in Beziehung standen.“

„Ueber die ganze Erde hin waren also die Bedingungen zur Entstehung der ausgedehntesten Cyclonen vorhanden.“

„Auch auf der Sonne giebt es ungeheure Cyclonen, und vielleicht dient das, was wir soeben über die Wirbelstürme des früher glühenden Erdballes gesagt haben, dazu, auch die solaren Cyclonen unserem Verständnisse näher zu rücken.“ (Wirbelst., S. 162, 163, 164)

Diese Stellen werden zur Genüge beweisen, dafs Hr. Reye einen aufsteigenden Luftstrom als wesentliche Ursache des Entstehens von Cyclonen, Wirbelwinden und ähnlichen Phänomenen annimmt. Als wesentliche Bedingung zur Erzeugung dieses aufsteigenden Luftstromes ist er ferner genöthigt, eine locale Temperaturerhöhung der festen oder flüssigen Basis anzunehmen, mag dieselbe nun durch „sonnige Plätze, dürre Steppen und öde Wüsten“ oder durch „den glatten, die Sonne heifs zurückstrahlenden Meerespiegel“, oder durch „heisse Lava“ und „brennende Schilffeldgrasfelder“ repräsentirt seyn. Wenn daher Hr. Reye die erup-

tiven Protuberanzen und die Sonnenflecken als Erscheinungen betrachten will, die qualitativ durch dieselben Ursachen und Bedingungen erklärt werden sollen, wie die soeben erwähnten an der Erdoberfläche, so ist er auch logisch gezwungen, auf der Sonne qualitativ dieselben Ursachen und Bedingungen wie auf der Erde vorauszusetzen, d. h. *er muß annehmen, daß die Sonnenatmosphäre auf einer glühend-flüssigen oder festen Basis ruht*, auf der, durch übrigens unbekannte Ursachen, locale Temperaturerhöhungen entstehen, in Folge deren „die dort befindlichen untersten Schichten von Metaldämpfen durch Ueberhitzung zum Emporsteigen gezwungen werden.“ Hr. Reye ist ferner genöthigt anzunehmen, daß auf der Sonnenoberfläche, da, wo sich Cyclonen durch aufsteigende Ströme bilden sollen, kein „ungünstiges Terrain“ vorhanden sey, damit nicht jene überhitzten Wasserstoffmassen sich „ähnlich wie die Dampfblasen in kochendem Wasser, in kleineren oder größeren Massen vom Boden ablösen und aufsteigen.“

In der That, wie will Hr. Reye ohne Annahme einer solchen glühend-flüssigen oder festen Basis der Sonnenatmosphäre den Begriff der „*Sonnenoberfläche*“ und der „dort befindlichen *untersten* Schichten von Metaldämpfen“ definiren, wenn er sagt:

„An einer besonders heißen Stelle der Sonnenoberfläche . . . mögen also die dort befindlichen untersten Schichten von Metaldämpfen und Gasen durch Ueberhitzung zum Emporsteigen gezwungen werden?“

Befinden sich unter jenen „untersten“ Schichten noch weitere Schichten von Dämpfen und Gasen, so würde doch die locale Temperaturerhöhung auch dieser Schichten schließlicb immer wieder auf die Oberfläche eines glühend-flüssigen oder festen Kernes der Sonne führen müssen, welche der Sitz der localen Temperaturerhöhung sein müßte, durch welche jene *unter* den „untersten“ liegenden Schichten von Metaldämpfen überhitzt würden.

Wenn übrigens Hr. Reye sich für berechtigt hält, die Entstehung eines Sonnenfleckes durch die Annahme „einer

besonders *heissen* Stelle der Sonnenoberfläche“ zu erklären, sollte er alsdann nicht viel einfacher durch die Annahme „einer besonders *kalten* Stelle der Sonnenoberfläche“ seinen Zweck erreichen? Denn betrachtet man die Ursachen jener Temperaturunterschiede der Sonnenoberfläche als unbekannte, so ist offenbar die Annahme *besonders kalter Stellen* ganz ebenso berechtigt wie diejenige *besonders heisser Stellen*.

Es dürfte aus diesen Betrachtungen, wie mir scheint, deutlich hervorgehen, daß auch Hr. Reye, — will er nicht wesentliche Momente der von ihm selbst gewählten irdischen Analogien willkürlich bei der Sonne aufgeben, und sich dadurch in *logische* Widersprüche verwickeln, — gezwungen ist, bei der von ihm gegebenen Erklärung der Sonnenflecken und Protuberanzen die Existenz einer glühend-flüssigen oder festen Sonnenoberfläche vorauszusetzen.

Hr. Professor Reye ist sich jedoch dieser Widersprüche so wenig bewußt, daß er auf S. 166 seines Buches ganz arglos die Behauptung ausspricht:

„In welchem Aggregatzustande der Sonnenkörper selbst sich befindet, kommt für unsere Erörterungen, die sich auf den wahrnehmbaren Theil der Sonnen-*Atmosphäre* beziehen, nicht in Betracht.“

3.

Ich komme nun zu den Rechnungen des Hrn. Reye. Die Formel zur Berechnung der „Geschwindigkeiten im aufsteigenden Luftstrom“, welcher Hr. Reye für seine Theorie und zur Widerlegung der meinigen ein so großes Gewicht beilegt, begründet derselbe wörtlich in folgender Weise: (Wirbelst. S. 227 ff.)

„Sind die horizontalen Dimensionen eines aufsteigenden Luftstromes nicht allzu groß, so kann innerhalb desselben der Luftdruck p in der Höhe x über der Erdoberfläche gleich demjenigen der durchbrochenen, ruhenden Luft in derselben Höhe angenommen werden. Eine Druckdifferenz kann nur durch die Centrifugalkraft hervor-

geruf
beftig
amer
Wirb
wegu
und
aufst
der l
Luft
nach
Höhe
wir
chun
ange
zeich
aufst
das
steig
entg
ruh
entf
in
wir
Gle

1)

gerufen werden, wenn nämlich der aufsteigende Strom heftig um seine Axe wirbelt; aber selbst in den größten amerikanischen Tornado's tritt, wie wir wissen, diese Wirbelbewegung sehr zurück gegen die übrigen Bewegungen der Luft. Weil nun die Temperaturen (t, t) und folglich auch die specifischen Volumina (v', v) der aufsteigenden und der sie umgebenden ruhenden Luft in der Höhe x verschieden sind, so wird die aufsteigende Luft in ihrer Bewegung beschleunigt oder verzögert, je nachdem $v' > v$ oder $v' < v$ ist. Wir wollen ihre mit der Höhe x veränderliche Geschwindigkeit V berechnen, indem wir zunächst für ihre Beschleunigung $\frac{V \cdot dV}{dx}$ eine Gleichung aufstellen; dabei werde die Secunde als Zeiteinheit angenommen und mit $g = 9^m 81$ die Erdbacceleration bezeichnet. Da v' das Volumen von einem Kilogramm der aufsteigenden Luft in der Höhe x bezeichnet, so ist $\frac{dS}{v'}$ das Gewicht der im Raumelement dS enthaltenen aufsteigenden Luft. Diesem Gewichte wirkt der Auftrieb entgegen, welcher dem Gewichte $\frac{dS}{v}$ der verdrängten ruhenden Luft gleichkommt. Die Masse $\frac{dS}{gv'}$ der in dS enthaltenen Luft wird demnach durch die Kraft $\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'}\right) dS$ in ihrer aufsteigenden Bewegung beschleunigt, so daß wir für die Beschleunigung mit Berücksichtigung der Gleichung (8) folgenden Ausdruck¹⁾ erhalten:

$$\frac{V \cdot dV}{dx} \text{ oder } -\frac{\tau}{100} \cdot \frac{V \cdot dV}{dt} = g \left(\frac{v'}{v} - 1 \right)^a$$

- 1) Die Gleichung (8) bezieht sich auf die Temperaturabnahme in der Atmosphäre und wird a. a. O. (S. 222) durch folgende Bemerkungen erläutert:

„Ferner wollen wir annehmen, daß zwischen den Höhen h und x , von denen $h < x$, die Temperatur *gleichmäßig* von t_0 bis t abnehme. Diese Voraussetzung ist auch in der wirklichen Atmosphäre jedenfalls zulässig, wenn die Differenz $x - h$ nur klein genug gewählt wird.

Ohne hier auf eine Kritik des in obiger Ableitung angewandten Verfahrens zur Behandlung hydrodynamischer Probleme näher einzugehen, erlaube ich mir nur Folgendes zu bemerken.

Die von Hrn. Reye abgeleitete Formel kann offenbar nur so lange gültig bleiben, oder überhaupt einen Sinn haben, als die durch Auftrieb emporsteigende Gasmasse sich in einem Medium bewegt, durch welches der Auftrieb bewirkt wird. Da nun hierbei die aufsteigende Gasmenge nothwendig beim Beginne ihrer Bewegung ruhende Luftmassen verdrängen muß¹⁾, und diese Verdrängung nicht ohne Ueberwindung eines mit der Geschwindigkeit wachsenden Widerstandes denkbar ist, so kann die besagte Formel nur dann zur Berechnung physischer Bewegungen in der Erd- oder Sonnenatmosphäre angewandt werden, wenn jener Widerstand in irgend welcher Weise berücksichtigt wird.

Es ist nun aber bei allen Formeln und theoretischen Erörterungen des Hrn. Reye von einem solchen Widerstande nirgends weder die Rede noch überhaupt die geringste Notiz genommen. Ja sogar bei einer Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Luftstromes von 24,17 geographischen Meilen in der Secunde (!), welche als Beispiel und gleichzeitig als Argument gegen meine Anschauung von den Ursachen eruptiver Protuberanzen in jene Formel eingesetzt wird, um die Zeit ihres Empor-

Die Temperaturabnahme betrage τ Grade für je 100 Meter lothrechter Erhebung. Dann folgt:

$$8) \quad t_0 - t = \tau \cdot \frac{x - h}{100} . "$$

- 1) Bei der von mir beobachteten und oben erwähnten Protuberanz kann sich die „Geschwindigkeit des Emporsteigens“ selbstverständlich nur auf die Geschwindigkeit beziehen, mit welcher der Gipfel oder die obere Grenze der aufsteigenden Protuberanz sich vom Sonnenrande entfernte. Die Geschwindigkeit eines Gasstromes innerhalb eines bereits gebildeten Stromcanals entzieht sich am Sonnenrande jeder Beobachtung.

steigens zu berechnen, wird von einem solchen Widerstande *gänzlich* abstrahirt.

Da aber unter den eruptiven Protuberanzen sehr häufig auch solche vorkommen, welche „in parabolischen Strahlen aus der Höhe zur Sonne zurückfallen“¹⁾, so beweisen diese sowohl durch die für den *freien* Fall der Körper charakteristische Form ihrer Bahn als auch durch ihr Zurückfallen zur Sonne, daß sie nicht durch Auftrieb in einem Medium nach Hrn. Reye's Formel jene Höhe erreicht haben können, sondern sich, meiner Annahme gemäß, wie emporgeschleuderte Massen in einem *nahezu* widerstandslosen Raume bewegen müssen.

Ich glaube, es bedarf nur des Hinweises auf diese Thatsachen, um meine Behauptung zu rechtfertigen, *daß die sämtlichen Rechnungen des Hrn. Reye, die sich auf Bewegungserscheinungen in der Atmosphäre der Erde oder der Sonne beziehen, auf einer physikalisch unmöglichen Annahme beruhen, welche jene Rechnungen jeder Bedeutung für reale Verhältnisse beraubt.*

Aber selbst abgesehen von diesen Widersprüchen mit den Gesetzen der Physik scheint mir die ganze Deduction, durch welche Hr. Reye meine Erklärung der eruptiven Protuberanzen mit Hülfe seiner Rechnungen zu widerlegen sucht, auch mit *logischen* Gesetzen in Conflict zu gerathen, indem etwas bewiesen werden soll, was bereits als Voraussetzung gegeben ist.

In der That, was will Hr. Reye beweisen? Er will zeigen, daß meine Annahme einer Druckdifferenz des ausströmenden Gases im Innern und an der Oberfläche der Sonne „zur Erklärung der enormen Anfangs-Geschwindigkeiten der Protuberanzen“ überflüssig sey. „Vielmehr können letztere“ — sagt Hr. Reye — „wie ich nachgewiesen habe, in der Sonnenatmosphäre selbst durch den

1) Wirbelst. p. 233. Ich citire hier Hrn. Reye's eigene Worte, um zu zeigen, daß er jene Art von charakteristischen Protuberanzen kennt, aber nicht den Widerspruch sieht, in welchem dieselben mit seiner Theorie des Auftriebes stehen.

bloßen Auftrieb stark erhitzter Gase entstehen.“ (Wirbelstürme, S. 169 u. 232 bis 234.) Der Leser wird sich nun für berechtigt halten, an den citirten Stellen eine *Erklärung* jener „enormen Anfangsgeschwindigkeit“ von 24 geographischen Meilen „durch bloßen Auftrieb“ zu finden, — indessen er wird enttäuscht; er findet zu seiner größten Ueberraschung, daß Hr. Reye *ohne jede Erklärung* bei dem aufsteigenden Strome seiner Sonnen-Cyclonen genau dieselbe Geschwindigkeit als eine bereits gegebene voraussetzt. ¹⁾ Daß nun eine mit jener Anfangsgeschwindigkeit

- 1) Um dem Leser ein selbstständiges Urtheil über die Richtigkeit meiner Behauptung zu gestatten, erlaube ich mir hier wörtlich die betreffende Stelle aus Hrn. Reye's Werk (S. 232 u. 233) zu reproduciren:

„Zöllner glaubt, daß die so berechnete Zeit τ_1 unter allen Umständen kleiner seyn müßte als diejenige T , in welcher die glühenden Gasmassen durch ihren Auftrieb (oder, wie Zöllner sich ausdrückt, vermöge des Archimedes'schen Principis) zu der gleichen Höhe gelangen können. Wäre diese Ansicht richtig, so müßte also ein rasch aufsteigender Luftballon, um eine bestimmte Höhe zu erreichen, mehr Zeit gebrauchen, als ein Körper, der mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit ohne Widerstand bis zur gleichen Höhe emporgeschleudert wird. Wir können mit Hülfe unserer Formeln beweisen, daß Dieses ein Irrthum ist; und ein Hauptgrund, der bisher für diese, wie uns scheint, allzu hypothetische Erklärung der eruptiven Protuberanzen geltend gemacht werden konnte, wird demnach hinfällig.

Zöllner nimmt für $x = H$ und für h folgende Zahlen an:

$$x = H = 64370000 \text{ und } h = 5722600 \text{ Meter}$$

so daß $x - h = 58647400^m = 7918$ geogr. Meilen ist. Die Geschwindigkeit V_0 (oder v_1) in der Höhe h berechnet er zu

$$V_0 = 179400^m = 24,17 \text{ geogr. Meilen pr. Sec.}$$

und für die Zeit, in welcher die emporgeschleuderten Gasmassen die Höhe $x - h$ zurücklegen, ergeben seine Formeln:

$$\tau_1 = 10 \text{ Minuten } 54 \text{ Sekunden.}$$

Eine solche Schnelligkeit der Entwicklung hat Zöllner öfter beobachtet, u. A. auch bei der oben wiedergegebenen Protuberanz vom 29. August 1869.

„Berücksichtigen wir dagegen den Auftrieb dieser Gasmassen, indem wir unsere Gleichungen (16a) benutzen, und nehmen wir ebenso wie Zöllner $V_0 = 179400^m$ und $V = 0$ an, so ergibt sich:

$$1000 k = \frac{1000 \cdot V_0}{x - h} = 3,06 \text{ oder } K = -k^2 = -0,00000936,$$

$$T = \frac{\pi}{2k} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x - h}{V_0} = 8 \text{ Minuten } 34 \text{ Sekunden;}$$

keit emporsteigende Gasmasse nach Hrn. Reye's Auftriebsformel um $2\frac{1}{2}$ Minuten *früher* ihre Maximalhöhe erreicht, als wenn sie mit derselben Anfangsgeschwindigkeit ohne Widerstand nach dem bekannten Fallgesetze jene Höhe erreicht hätte, betrachtet Hr. Reye als einen „Nachweis“, daß jene „enormen Anfangsgeschwindigkeiten in der Sonnenatmosphäre selbst durch den bloßen Auftrieb stark erhitzter Gase entstehen können“!

Nach den bisher gewonnenen Resultaten dürften die übrigen Bedenken des Hrn. Reye gegen meine Anschauungen von der physischen Beschaffenheit der Sonne nur noch ein untergeordnetes Interesse in Anspruch nehmen, namentlich bei gehöriger Berücksichtigung meiner am 7. November d. J. in der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften vorgetragenen Abhandlung „*Ueber den Aggregatzustand der Sonnenflecke*.“ Nur auf zwei „Bedenken“ sey es mir gestattet hier noch etwas näher einzugehen.

Hr. Reye bemerkt a. a. O.:

„Ich kann die Zöllner'sche Prämisse nicht zugeben, „daß die durch *Leitung* in der Atmosphäre erzeugten Temperaturunterschiede nur mit einem *labilen* Gleichgewichte der übereinander lagernden Luftschichten verträglich sind;“

Ich ging bei dieser Behauptung von der einfachen und bisher unbestrittenen Thatsache aus, daß Luftmassen, welche in der Atmosphäre von unten her, durch Berührung mit einer festen oder flüssigen Oberfläche erhitzt werden, das Bestreben haben, emporzusteigen. Da man bisher

die erforderliche Zeit ist also nicht größer, sondern um $2\frac{1}{2}$ Minuten kleiner als die von Zöllner berechnete (τ_1). Dabei ist wohl zu beachten, daß diese letzte Rechnung so gut wie die Zöllner'sche unter der ausdrücklichen Voraussetzung gilt, daß die aufsteigenden Gase in der Höhe $x = H$ zur Ruhe kommen.

In Zöllner's Rechnungen bedeutet h die Höhe, in welcher sich die sichtbare Grenze der Sonnenscheibe über der eigentlichen Ausströmungsöffnung befindet “

allgemein als Ursache dieses Bestrebens die Verminderung des specifischen Gewichtes der erhitzten Luftmassen betrachtet hat, welche, so lange sie in *Ruhe* sind, doch nur durch Leitung oder Strahlung erwärmt werden können, so muß der Gleichgewichtszustand, welcher bei *Abwesenheit* jener Bewegungen stattfindet, nothwendig ein *labiler* seyn.

Daß aber überhaupt in der Natur ein solcher labiler Gleichgewichtszustand vorkommen und daher die Atmosphäre bei Abwesenheit aufsteigender Bewegungen *allein* durch Leitung vom Boden aus erwärmt werden könne, habe ich weder behauptet noch jemals für wahrscheinlich gehalten.

Mir ist daher der obige Einwand gegen meine Prämisse um so unverständlicher, als Hr. Reye selber die Entstehung eines solchen labilen Gleichgewichtes der Atmosphäre nicht nur hypothetisch, unter idealen Annahmen, sondern in Wirklichkeit durch Erwärmung vom Boden aus, bei seiner Erklärung der Wirbelstürme voraussetzt, indem er wörtlich sagt:

„Ueber einer größeren Fläche, etwa über einem weiten Flufsthale werde also die windstille oder auch ruhig dahin fließende Luft *vom Boden aus stark erwärmt*, bis allmählig ein stark gespannter *Zustand des labilen Gleichgewichtes* eingetreten ist. An irgend einer Stelle, bewirke eine geringe Störung, etwa der Flug eines Vogels oder der Rauch eines Kamines ein Aufsteigen der Luft.“ (Wirbelst., S. 46.)

Das andere Bedenken des Hrn. Reye ist ein *principielles*. Er sucht demselben durch folgende Worte den entsprechenden Nachdruck zu verleihen:

„Gegen die umfangreiche Zöllner'sche Abhandlung „über das Rotationsgesetz der Sonne etc.“ erhebe ich folgendes principielles Bedenken, welches in meinem Buche nicht am richtigen Platze gewesen wäre.

Hr. Zöllner leitet seine Formel

$$v = \frac{A - B \sin^2 \varphi}{\cos \varphi}$$

für die angulare Rotationsgeschwindigkeit aus drei theoretischen Annahmen ab, von denen die erste unbedingt verwerflich ist; alle Folgerungen, welche er zu Gunsten seiner Schlackentheorie aus jener Ableitung zieht, muß ich deshalb als werthlos erachten“ . . .

„Ich kann deshalb jene obige Formel als eine theoretisch begründete nicht betrachten, will ihr dagegen, weil sie die Carrington'schen Fleckenbeobachtungen sehr gut darstellt, den Werth einer empirischen nicht absprechen.“

Zur Orientirung des Lesers erlaube ich mir zunächst Folgendes zu bemerken.

Bereits Scheiner hatte darauf aufmerksam gemacht, daß sich die Sonnenflecken in verschiedenen heliographischen Breiten öfter mit einer verschiedenen Geschwindigkeit bewegen und zwar so, daß die dem Aequator näher gelegenen Flecken eine schnellere Bewegung im Sinne der Rotation der Sonne als die entfernteren besitzen. Diese später auch von Cassini, Schröter, Laugier u. A. bestätigte Thatsache ist jedoch erst in unseren Tagen durch umfangreiche und sorgfältige Beobachtungsreihen von Carrington und Spörer zu einem allgemeinen Gesetze erhoben worden, nach welchem die Rotationsgeschwindigkeit der einzelnen Zonen der Sonnenoberfläche mit zunehmender Breite abnimmt.

Es ist klar, daß dieses eigenthümliche Rotationsgesetz der Sonnenoberfläche auf's Engste mit ihrer physischen Beschaffenheit zusammenhängen muß. Es wird demgemäß für jede Theorie der Sonnenflecken die Ableitung jenes Gesetzes aus einfachen Ursachen ein Prüfstein ihrer Wahrscheinlichkeit und Zulässigkeit seyn. Von diesem Gesichtspunkte aus hatte ich versucht, in meiner Abhandlung „über das Rotationsgesetz der Sonne und der großen Planeten“ ¹⁾ jenes Gesetz als die nothwendige Folge der

1) Berichte der K. Sächs. Ges. d. W. Sitzung am 11. Febr. 1871.

mechanischen Reaction von Polarströmen darzustellen, welche vermöge der allgemeinen Circulation der Sonnenatmosphäre die glühend-flüssige Oberfläche der Sonne nach Analogie unserer Passatwinde bestreichen, und hierdurch sogenannte *Driftströmungen* auf jener Oberfläche erzeugen, an deren Bewegungen die in der glühenden Flüssigkeit schwimmenden Schlacken Theil nehmen.

Bereits Sir J. Herschel und später in bestimmterer Weise Kirchhoff nehmen eine solche allgemeine Circulation der Sonnenatmosphäre an. Letzterer begründet die physikalische Nothwendigkeit dieser Circulation durch folgende Betrachtungen:

„Secchi hat aus seinen Beobachtungen geschlossen, daß die Polargegenden der Sonne eine niedrigere Temperatur besitzen, als die Aequatorialzone. Ist dieses der Fall, so muß an der Oberfläche des Sonnenkörpers die Atmosphäre von den Polen nach dem Aequator strömen, hier sich erheben und in der Höhe nach den Polen zurückfließen; es muß die Atmosphäre der Sonne in einer ähnlichen Bewegung sein, wie sie unsere Atmosphäre in Folge der größeren Wärme der Tropengegenden zeigt. Diese Bewegung wird dort noch regelmäßiger sein, als hier, weil die Störungen dort fortfallen, die hier durch die Abwechselung der Tages- und Jahreszeiten hervorgebracht werden“¹⁾.

Unter Voraussetzung dieser Strömungen in der Sonnenatmosphäre und ihrer Reibung an der glühend-flüssigen Oberfläche des Kernes suchte ich das erwähnte Rotationsgesetz in folgender Weise abzuleiten.

Ich betrachtete zunächst eine feste Kugel, „über deren Oberfläche sich von den Polen herab eine tropfbar-flüssige Masse in *sehr dünner* Schicht mit *constanter* Geschwindigkeit nach dem Aequator bewegt.“

„Ein Massenelement der strömenden Flüssigkeit erhält nun bei Verminderung seiner Breite um die Größe dq einen gewissen Impuls und in Folge dessen einen Zuwachs

1) Abhandlungen der Königl. Akademie d. W. zu Berlin 1861. S. 89.

an Geschwindigkeit im Sinne der Rotation. Diesen Geschwindigkeitszuwachs bezeichne ich mit $d\sigma$ und mache über das Gesetz seiner Veränderung mit der Breite die drei folgenden Annahmen:

Ich setze $d\sigma$ proportional:

1. Der Geschwindigkeitsdifferenz zweier Punkte an der Oberfläche der *festen* Kugel, deren Breitendifferenz gleich $d\varphi$ ist.

2. Der Größe der Reibungsfläche der Masseneinheit

3. Dem Coëfficienten der äußeren Reibung zwischen der Kugeloberfläche und der Flüssigkeit.“

„Die beiden ersten Größen sind Functionen von φ , die letzte soll zunächst als constant betrachtet und mit a bezeichnet werden.

„Bezeichnet ferner v_1 die lineare Rotationsgeschwindigkeit eines Punktes am Aequator der *festen* Kugel, so ist diese Geschwindigkeit für einen Punct in der Breite φ gleich $v_1 \cos \varphi$, folglich die Veränderung dieser Größe bei Aenderung der Breite um $d\varphi$ gleich:

$$- v_1 \sin \varphi \cdot d\varphi$$

„Bezeichnet man endlich noch mit A einen Proportionalitätsfactor, so ergibt sich mit Berücksichtigung des oben für die Vergrößerung der Reibungsfläche gefundenen Gesetzes¹⁾ der folgende Ausdruck für den Geschwindigkeitszuwachs $d\sigma$ eines Flüssigkeitselementes durch Veränderung seiner Breite um $d\varphi$:

$$d\sigma = - A a v_1 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi.$$

Ich gebe Hrn. Reye vollkommen Recht, wenn er die erste der obigen Prämissen, aus denen die vorstehende Differentialgleichung von mir abgeleitet wurde, als nicht übereinstimmend mit der bei Reibungsproblemen angenommenen Proportionalität der Kraft und der Geschwindigkeitsdifferenz der bewegten Körper bezeichnet. Ich erlaube

1) Es ist a. a. O. S. 54 gezeigt worden, daß sich unter der Annahme einer constanten Geschwindigkeit der Polarströmung die Reibungsfläche eines Flüssigkeitselementes proportional dem Cosinus der Breite φ ändert.

mir aber zu bemerken, daß auch die anderen Annahmen, welche meiner Formel zu Grunde liegen, nicht als ein genauer Ausdruck der Wirklichkeit betrachtet werden dürfen, so z. B. vor Allem die Annahme einer *constanten* Geschwindigkeit der Polarströme in meridionaler Richtung, ganz abgesehen von der Vernachlässigung der sogenannten inneren Reibung. Nur unter Voraussetzung dieser Constanz ist aber die Vergrößerung der Reibungsfläche proportional dem Cosinus der Breite, und $\frac{dv}{dq}$ proportional der durch Reibung entstandenen Kraft $\frac{dv}{dt}$ zu setzen. Gestattet man sich daher bei der Complication der wirklichen Verhältnisse und mit Berücksichtigung der sehr langsamen angularen Rotationsgeschwindigkeit der Sonne, willkürlich über jene Geschwindigkeits-Änderung der Polarströmung zu disponiren, so ist klar, daß hierdurch der Ausdruck für $\frac{dv}{dq}$ mit meiner Differentialgleichung bis zu jedem beliebigen Grade der Genauigkeit in Uebereinstimmung gebracht werden kann¹⁾. Es wird dann ein Gegenstand

- 1) Wird die Größe der Reibung proportional der Geschwindigkeitsdifferenz ($v_1 \cos \varphi - v$) angenommen, so würde sich bei sonst unveränderten Annahmen, eine Differentialgleichung von folgender Gestalt ergeben:

$$-\frac{dv}{dq} = A_1 a \cos \varphi (v_1 \cos \varphi - v)$$

Man setze

$$v = v_1 \cos (q + \omega)$$

wo ω eine unbekannte Function von q ist. Dann ist

$$\cos (q + \omega) = \cos q \cos \omega - \sin q \sin \omega.$$

Bei sehr geringer angularer Rotationsgeschwindigkeit ist ω im Verhältniß zu q nur sehr klein, so daß man annäherungsweise hat:

$$v = v_1 \cos (q + \omega) = v_1 \cos q - v_1 \omega \cdot \sin q.$$

Dieser Werth für v in die obige Differentialgleichung gesetzt, giebt

$$-\frac{dv}{dq} = A_1 a v_1 \omega \cdot \cos q \sin q.$$

Wäre die unbekannte Function ω unter der gemachten Voraussetzung und für die Amplitude der heliographischen Breite, für welche das Rotationsgesetz der Sonne durch eine hinreichende Zahl von Fleckenbeobachtungen controlirt werden kann, nur wenig veränderlich,

weiterer Untersuchung sein, in wie weit jene über die Geschwindigkeitsänderung der Polarströme zu machende Hypothese mit anderweitig bekannten Eigenschaften der Sonnenoberfläche in genügendem Einklange steht. Denn ohne derartige Hypothesen wird man wohl niemals den Versuch wagen dürfen, kosmische Phänomene von so universeller Bedeutung und gleichzeitig so großer Complication, wie das Rotationsgesetz der Sonne aus einfachen Ursachen analytisch abzuleiten. In wie weit diese Hypothesen als *genäherter* Ausdruck der Wirklichkeit betrachtet werden dürfen, wird sich schwerlich anders als durch die Uebereinstimmung der daraus abgeleiteten Formeln mit den Beobachtungen controliren lassen¹⁾. Jedenfalls wird man es für sehr unwahrscheinlich halten müssen, daß aus einer „unbedingt verwerflichen“ und „durch Nichts motivirten Annahme“ eine Formel abgeleitet werden könne, die zu einer „sehr guten“ Darstellung der Beobachtungen führt. —

Ich könnte hier meine Erwiderung auf die Bedenken des Hrn. Reye schliessen, wenn derselbe nicht am Schlusse seines Aufsatzes in sehr bestimmter Weise an mich die Aufforderung gerichtet hätte, ihm noch fernere Widersprüche nachzuweisen.

In meiner zweiten Abhandlung über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne hatte ich mir er-

so würde sich diese Differentialgleichung ihrer Gestalt nach der meinen nähern. Durch die bereits angedeutete Aenderung der Geschwindigkeit der Polarströme würden sich jedoch die Aenderungen von ω compensiren lassen. — Diese vorläufigen Andeutungen, denen ich übrigens kein besonderes Gewicht beizulegen bitte, sollten nur zeigen, wie etwa näherungsweise auch ein formaler Zusammenhang zwischen der aus meinen und der aus den gewöhnlichen Prämissen abgeleiteten Differentialgleichung hergestellt werden könnte.

- 1) Diese Ansicht wird schon in der Einleitung zu des Copernicus Werk „*De Revolutionibus orbium coelestium* p. 1. vielleicht in allzu paradoxer Form folgendermassen ausgesprochen: „*Neque enim necesse est, eas hypotheses esse veras, imo ne verisimiles quidem, sed sufficit hoc unum, si calculum observationibus congruentem exhibeant.*“

laubt, die neuerdings fast gleichzeitig von den HHrn. Faye und Reye aufgestellten Cyclonentheorien der Sonnenflecke mit folgenden Worten zu erwähnen:

„Auf die in neuester Zeit von Reye und Faye aufgestellte Cyclonentheorie der Sonnenflecke hier näher einzugehen, glaube ich gegenwärtig verzichten zu können, nachdem bei der lebhaften Discussion dieser Anschauungen in der Pariser Akademie von P. Secchi und Tacchini die Widersprüche hervorgehoben sind, in welche diese Theorie mit einfachen Thatfachen der Beobachtung tritt. Ich erlaube mir an die Vertreter dieser Theorie, ohne hier die physikalischen Bedenken derselben zu discutiren, mit den Worten Tacchini's die Frage zu richten:

„*En présence d'observations si claires, si indépendantes d'hypothèses ou d'idées préconçues, est-il possible d'accepter la théorie qui fait des cyclones la cause unique des taches solaires?*“ (Comptes rendus, T. LXXVI, p. 827.)

Zu meinem Bedauern haben diese Bemerkungen durch den unvorsichtigen Gebrauch eines Singularis statt Pluralis in hohem Grade das Mißfallen des Hrn. Reye erregt. Er erwidert darauf:

„Es ist mir völlig unbegreiflich, wie Hr. Zöllner von einer von „Reye und Faye aufgestellten Cyclonentheorie der Sonnenflecke“ reden kann.“

„Mir ist in jener ganzen, umfangreichen Discussion keine einzige Bemerkung Secchi's oder Tacchini's aufgestossen, welche meinen Anschauungen widerspräche; ich muß deshalb Hrn. Zöllner ersuchen, diese angeblichen Widersprüche näher zu bezeichnen.“

Der Leser wird nun begierig sein, zunächst den großen Unterschied zwischen den Faye'schen und Reye'schen Cyclonen kennen zu lernen. Mögen die eigenen Worte des Hrn. Reye uns hierüber Aufschluß geben. Derselbe sagt a. a. O.:

„Hr. Faye nimmt an, daß in den Wirbelstürmen die oberen Luftschichten mit Gewalt herabstrudeln, während ich auf Grund zahlreicher Beobachtungen und zuverlässig

festg
irdis
herr

F
von
oben
eine
theils
theils
für
geme

I
der
aufg
ober
Ers
Atm
men
Herr
der
auf
jene
diffe
atm
in
der
der

chi
Wir
—
ges
ohn
von

1)

festgestellter Thatsachen den Beweis führe, dals in den irdischen Cyclonen ein starker *aufsteigender* Luftstrom herrscht.“

Es wirbelt also nach Hrn. Faye die Sonnenatmosphäre von oben nach unten, — nach Hrn. Reye von unten nach oben. Denn dals die Wirbelbewegung auch bei Letzterem eine durchaus wesentliche Erscheinung bildet, glaubte ich theils aus der identischen Bezeichnung („Cyclonen“) theils aus einer besonders bei Entwicklung der Formeln für „die Geschwindigkeiten im aufsteigenden Luftstrom“ gemachten Bemerkung¹⁾ schliessen zu dürfen.

Es stimmen also, wie man sieht, die Cyclonentheorien der Sonnenflecke, welche von den Hrn. Faye und Reye aufgestellt worden sind, bezüglich der auf der Sonnenoberfläche *allein* durch Beobachtungen zu controlirenden *Erscheinung*, — nämlich der rotatorischen Bewegung der Atmosphäre und ihrer Condensationsproducte — *vollkommen* mit einander überein. Der Unterschied zwischen beiden Herren bezieht sich nur auf die *Erklärung* oder *Theorie der wirbelnden Bewegungen*, die sich *directen* Beobachtungen auf der Sonne entzieht. Hr. Faye glaubt als Ursache jener cyclonenartigen Bewegungen die Geschwindigkeitsdifferenzen in den einzelnen Breitenzonen der Sonnenatmosphäre betrachten zu dürfen; Hr. Reye dagegen glaubt in der Annahme eines aufsteigenden Stromes „an besonders heißen Stellen der Sonnenoberfläche“ die Erklärung der Sonnenflecke erzeugenden Cyclonen gefunden zu haben.

Da sich nun die Beobachtungen Secchi's und Tacchini's ausschliesslich nur auf die Wahrnehmbarkeit jener Wirbelbewegungen, nicht aber — wie selbstverständlich — auf die hier von den HHrn. Faye und Reye vorausgesetzten Ursachen derselben beziehen, so hielt ich mich, ohne ein Missverständniss zu befürchten, für berechtigt, von einer „von Faye und Reye aufgestellten Cyclonen-

1) „Eine Druckdifferenz kann nur durch die Centrifugalkraft hervorgerufen werden, wenn nämlich der aufsteigende Strom heftig um seine Axe wirbelt.“ Vergl. Wirbelst. S. 227.

theorie der Sonnenflecke“ zu sprechen, und zwar um so mehr, als ich durch besondere Citate den Leser auf die Originalarbeiten verwiesen hatte.

Folgende Worte P. Secchi's mögen zum Beweise meiner obigen Behauptung genügen.

„Ces mouvements spiraux et ces taches tournantes sont d'ailleurs bien rares, plus rares qu'on ne croit, et l'on ne peut nullement appliquer la théorie des cyclones à la formation de toutes ces taches . . .“

„Je répondrai, comme observateur, je ne puis garantir que ce que je vois, et j'ajouterai que l'on constate souvent, à l'intérieur des taches, des langues, des ponts et des appendices brillants, qui ne donnent aucun signe de rotation — et qui devraient cependant en donner (Comptes rendus T. 76 p. 254 et 525).

Wenn übrigens Hr. Reye noch nach weiteren Widersprüchen seiner Theorie mit Thatsachen der Beobachtung fragt, so erlaube ich mir, ihm unter letzteren eine solche anzuführen, welche ohne alle kostbaren Instrumente und ohne „beständige Berücksichtigung des massenhaften Beobachtungs-Materiales“ constatirt werden kann, und auch von ihm als eine über jeden Zweifel erhabene Thatsache anerkannt werden dürfte, — nämlich, daß die Sonnenflecke *dunkle* und nicht *helle* Flecke sind, wie sie nach physikalischen Gesetzen seiner Theorie gemäß sein müßten. Denn so lange man es als feststehend betrachtet, daß ein Körper bei Berührung oder Mischung mit einem *heißeren* Körper erwärmt, nicht aber abgekühlt werden kann, muß man auch Hrn. Reye's Ansicht widersprechen, nach welcher „an einer besonders heißen Stelle der Sonnenoberfläche“ durch *heiße aufsteigende* Ströme in den unteren Regionen der Sonnenatmosphäre die zur Erklärung der relativen Dunkelheit eines Fleckes erforderliche *Abkühlung* entstehen soll.

Bei Weitem rationeller ist in diesem Punkte die Cyclonentheorie Faye's. Denn hier werden in der That durch jene Wirbelbewegungen die höheren und kühleren

Schie
gion
kühl
Dun

„
const
à la
aspir
je ve
absol
l'air

I
Rey
mit
dazu
die p
gehe
war
seine
gege
Vora
liche

XI.
silb

(Mitg

E
Grün
Dies
farbi

Schichten der Sonnenatmosphäre genöthigt, in tiefere Regionen hinabzusteigen und hier eine entsprechende Abkühlung zu erzeugen, welcher der Fleck seine relative Dunkelheit verdankt. Hr. Faye bemerkt wörtlich:

„Je venais de m'expliquer la pénombre des taches en considérant qu'un cyclone qui débouche par son pavillon à la base de la chromosphère devait entraîner en bas, par aspiration, les matériaux froids de cette couche extrême, je veux dire l'hydrogène mélangé à toutes sortes de vapeurs, absolument comme nos cyclones terrestres appellent en bas l'air froid et raréfié des couches supérieures.“

Ich schliesse meine Erwiderung auf die von Hrn. Prof. Reye ausgesprochenen Bedenken in der Hoffnung und mit dem Wunsche, daß die vorstehenden Erörterungen dazu beitragen mögen, die verschiedenen Ansichten über die physische Beschaffenheit der Sonne zu klären und eingehender zu begründen. Von diesem Gesichtspunkte aus war mir die Gelegenheit, welche mir Hr. Reye durch seinen Angriff zur Vertheidigung meiner Anschauungen gegeben hat, keine unwillkommene. Dagegen muß ich im Voraus jede Erwiderung auf persönliche oder unwesentliche Bemerkungen auch in Zukunft ablehnen. —

XI. Ueber die Lichtempfindlichkeit des Bromsilbers für die sogenannten chemisch unwirksamen Farben; von Hermann Vogel.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus den Berichten der deutsch. chem. Ges.)

Es ist bekannt, daß gewisse Farben, wie Roth, Gelb, Grün photographisch sehr schwach oder gar nicht wirken. Dieser Umstand setzt nicht allein der Photographie nach farbigen Körpern (Oelgemälden) Schwierigkeiten entgegen,

sondern auch der Aufnahme von Portraits, wo nicht nur gefärbte Kleider, sondern auch der gelbe Teint, blonde Haare, rothe Wangen sich abnorm wiedergeben. Das Helle erscheint, wenn es gelb tingirt ist, hell und nur durch Negativretouche kann man diesen Uebelstand einigermaßen mildern.

Diese abnorme Farbenempfindlichkeit photographischer Platten äußert sich am auffallendsten den Farben des Spectrums gegenüber, wo sogar jenseits des Violetts sich eine kräftige Wirkung offenbart, die aber im sichtbaren Spectrum — nach den bisherigen Untersuchungen — nicht weiter reicht, als bis zur Linie *E* im Grün (siehe Dr. Schultz-Sellack, Berichte d. chem. Ges. 1871, S. 211).

Neuerdings angestellte Untersuchungen mit Bromsilber zeigten mir aber, daß die Empfindlichkeit desselben nicht bloß bedeutend weiter geht, sondern sich sogar durch gewisse Hilfsmittel bis nach dem Roth hin steigern läßt, d. h. nach Punkten, wo bisher für Photographie dunkle Nacht herrschte.

Ich erhielt von England einige der dort von Wortley für den Handel nach einem theilweise geheim gehaltenen Verfahren hergestellten Bromsilbertrockenplatten. Diese exponirte ich dem Spectrum und fand zu meiner Ueberraschung, daß sie im Grün, d. h. bei der Linie *E* empfindlicher waren wie im Hellblau, d. h. bei der Linie *F*. Hier lag also eine Empfindlichkeit vor, die, den bisherigen Erfahrungen entgegen, für eine sonst chemisch für schwach wirksam gehaltene Farbe stärker war, als für eine sonst kräftig wirkende. Dieser Umstand veranlasste mich sofort zu einer näheren Untersuchung der Empfindlichkeit des Bromsilbers für Spectralfarben.

Mein objectives Spectrum stellte ich mit Hülfe einer photographischen Camera mittelst einer Steinheil'schen Linse her, die ich an den Prismenkörper eines Spectroskops à vision directe setzte. Der Spalt war 0,25^{mm} weit; die Sonnenstrahlen wurden auf diesen mit Hülfe eines Foucault'schen Heliostates geworfen, den mir mein

Freun
das S
Z
11 b
der s
Expo
der
wick
ich,
weite
erhie
zur
Emp
aus,
der
I
soge
Höll
die
gest
(Nä
verh
I
gebe
Silb
Ent
zu
über
sehr
höc
und
Sch
plat
1)
2)

Freund Hr. Dr. Zenker gütigst zur Disposition stellte; das Spectralbild maafs von *D* bis *G* 35 Mm.

Zu vergleichenden Versuchen wählte ich die Zeit von 11 bis 2 Uhr und nur vollkommen wolkenfreiem Himmel, der sich freilich in jetziger Jahreszeit selten findet. Die Expositionszeit dauerte in der Regel 10 Minuten. Nach der Belichtung wurden die Platten mit Eisenvitriol entwickelt¹⁾. Schon bei den ersten Versuchen beobachtete ich, dafs die Empfindlichkeit von Bromsilber bedeutend weiter reicht, als Dr. Schultz-Sellack angiebt: dieser erhielt damit nur eine Wirkung von Ultraviolett bis nahe zur Linie *F* im Blau; bei meinen Versuchen ging die Empfindlichkeit aber in allen Fällen über die Linie *F* hinaus, mehr oder weniger weit, je nach der Durchsichtigkeit der Luft²⁾.

Ich versuchte das Bromsilber in zweierlei Form 1) als sogenannte *nasse Platte*, d. h. feucht von anhängender Höllesteinlösung, die aus dem Silberbade stammt, worin die Platten sensibilisirt wurden, 2) als *Trockenplatte*, hergestellt durch Abwaschung der Silberlösung und Trocknen. (Näheres in d. Berichten d. chem. Ges. 1873 S. 89). Beide verhielten sich verschieden.

Es ergab sich, dafs trocknes Bromsilber eine weitergehende Farbenempfindlichkeit zeigt, als Bromsilber unter Silberlösung: letzteres gab eine Empfindlichkeit bei *saurer* Entwicklung bis zur Mitte zwischen *D* und *E*, also nahezu bis Gelb, ersteres aber eine Empfindlichkeit 2 Mm. über die Linie *D* hinaus, also *bis ins Orange hinein*.

Dabei war die Wirkung bei beiden Platten qualitativ sehr verschieden. Bei nassem Bromsilber zeigt sich eine höchst kräftige Wirkung zwischen *G* und *F* (im Indigo und Blau); bei *F* fiel sie aber rasch, und nur ein schwacher Schimmer liefs sich bis jenseits *E* verfolgen. Trockenplatten zeigten dagegen eine viel schwächere Wirkung im

1) Ueber Entwicklung siehe Berichte d. chem. Ges. 1873 S. 88

2) Ueber deren Einflufs werde ich in einem besonderen Artikel berichten.

Blau, als nasse; diese Wirkung nahm aber nur allmählig ab und ging, wie schon bemerkt, bis über *D* hinaus.

Trocknes Bromsilber ist demnach empfindlicher für die schwach brechbaren, nasses Bromsilber für die stärker brechbaren blauen Strahlen des sichtbaren Spectrums.

Für gewöhnliche photographische Platten ist Silberlösung ein kräftiger „Sensibilisator“ (a. a. O. 1873, S. 88), d. h. es steigert die Empfindlichkeit, weil es das bei der Belichtung frei werdende Jod oder Brom chemisch bindet. Wenn diese Wirkung hauptsächlich im Blau stattfindet, so erklärt sich dies jedenfalls daraus, daß die blauen Strahlen kräftiger von der nassen Schicht absorbiert werden, als die übrigen ¹⁾.

Wie schon bemerkt, nimmt die Empfindlichkeit der trocknen Bromsilberplatten ganz allmählig von Blau nach Roth hin ab. Von einer Erscheinung, wie sie bei den oben erwähnten englischen Bromsilberplatten in so auffallender Weise antrat, nämlich einer Abnahme der Empfindlichkeit vom Violett zum Blau und einer Zunahme vom Blau zum Grün bemerkte ich bei den von mir selbst präparirten Bromsilberplatten nichts. Die eben gegebene Erklärung von der Wirkung des salpetersauren Silbers auf Bromsilber erregte aber in mir die Vermuthung, daß die englischen Bromsilberplatten einen Stoff enthalten dürften, *der das Grün in stärkerem Maasse absorbiert, als das Blau*. Man pflegt Trockenplatten mit den verschiedenartigsten Stoffen zu überziehen, wie, Gallussäure, Caffein, Morphin, alles jod- und brombindende Körper, die sensi-

1) Ich erkannte bereits im vorigen Sommer bei Experimenten mit Jodsilber, daß ein Körper nur dann die Empfindlichkeit desselben steigert, wenn er nicht nur freies Jod chemisch bindet, sondern auch die chemisch wirksamen Strahlen absorbiert, so wirkt z. B. die jodbindende *trockne* Pyrogallussäure als Sensibilisator ganz vortrefflich, in Lösungen dagegen gar nicht, weil sie in diesem Zustande die chemischen Strahlen durchläßt (siehe photographische Mittheilungen, 9, Jahrgang, S. 133). Optische und chemische Wirkung müssen danach zusammen kommen, um einen Körper zum „Sensibilisator“ zu machen.

bilisirend wirken; man setzt auch zuweilen einen gelblichen Farbstoff zu in der Meinung, das „chemische“ blaue Licht dadurch zurückzuhalten. Das optische Verhalten dieser „Präservative“ ist so gut wie nicht bekannt, ihr günstiger Einfluss nicht über allen Zweifel erhaben.

Die Wortleyplatten enthalten Urannitrat, Gummi, Gallussäure und einen gelben Farbstoff als Ueberzug. Um zu sehen, ob dieser Ueberzug eine Wirkung äußere, wusch ich eine Wortleyplatte mit Alkohol und Wasser und erhielt dadurch in der That eine Platte, die von einer verstärkten Empfindlichkeit im Grün nichts mehr wahrnehmen liefs.

Jetzt versuchte ich Bromsilber mit einem Stoff zu imprägniren, der die *gelben* Strahlen vorzugsweise absorbiert und das freie Jod oder Brom bindet, in der Hoffnung, dadurch die Empfindlichkeit für Gelb zu steigern. Ich wählte Korallin, welches mir Hr. Professor Liebermann freundlichst zur Disposition stellte. Die Lösung desselben giebt sehr verdünnt im Spectroskop einen Absorptionsstreif zwischen *D* und *E*; in stärkeren Lösungen erweitert sich die Absorption bis über *D* hinaus, dagegen wird Blau bei *F* in ziemlich bedeutendem Grade hindurch gelassen.

Ich löste Korallin in Alkohol und setzte davon meinem Bromcollodion zu, so dafs es kräftig roth gefärbt war. Mit diesem Collodion wurden Bromsilbertrockenplatten dargestellt, die deutlich roth gefärbt waren und die, dem Spectrum exponirt, meine Voraussetzung bestätigten, d. h. *die Platten zeigten sich empfindlich im Indigo, von da nahm die Empfindlichkeit gegen Hellblau hin ab, wurde bei F schwach, nahm dann wieder zu und zeigte sich im Gelb fast ebenso kräftig als im Indigo.* So war also ein Mittel gefunden, Bromsilberplatten zu fertigen, die von einer bisher für chemisch unwirksam gehaltenen Farbe, nämlich Gelb, ebenso kräftig afficirt wurden, als von dem Indigo, das bisher für die chemisch am kräftigsten wirkende Farbe galt.

Nach diesem Versuche durfte ich hoffen, dafs irgend

ein anderer brombindender Körper, der das *Roth* kräftig absorbirte, auch die Empfindlichkeit des Bromsilbers für *Roth* erhöhen würde. Solchen Körper fand ich unter den grünen Anilinstoffen. Derselbe absorbirte kräftig die rothen Strahlen in der Mitte zwischen *D* und *C*; die Absorption erstreckte sich bei größerer Concentration weiter nach *D* hin, Gelb, Grün und Blau gingen fast ungeschwächt hindurch. Ein mit diesem Grün gefärbtes Collodion erwies sich in der That als lichtempfindlich *bis ins Roth hinein*.

Die Empfindlichkeit nahm von Indigo nach Gelb hin ab, dann wieder zu und an derselben Stelle, wo der oben gedachte Absorptionsstreif aufgetreten war, zeigte sich eine kräftige Wirkung im *Roth*.

Aus diesen Versuchen glaube ich mit ziemlicher Sicherheit schliessen zu dürfen, daß wir im Stande sind, *Bromsilber für jede beliebige Farbe lichtempfindlich zu machen*, resp. die bereits vorhandene Empfindlichkeit für gewisse Farben zu steigern; es ist nur nöthig, einen die chemische Zersetzung des Bromsilbers befördernden Stoff zuzusetzen, welcher die betreffende Farbe absorbiert, die andern nicht. Vielleicht kommen wir noch dahin, Ultraroth zu photographiren, wie man bisher Ultraviolett photographirte. Die bisher so störende photographische Unwirksamkeit gewisser Farben dürfte dann überwunden seyn. In wie weit sich solches praktisch bestätigt, lehrte mich folgender Versuch. Es wurde ein blaues Band auf gelbem Grunde photographisch aufgenommen. Mit einer gewöhnlichen Jodsilbercollodionplatte erhielt ich danach ein weißes Band auf schwarzem Grunde. Auf einer Bromsilber-Korallinplatte, wo Blau und Gelb gleich stark wirken, war voraussichtlich Nichts zu erhalten. Ich setzte daher vor das Objectiv eine gelbe Glasscheibe, welche das blaue Licht absorbierte und das gelbe ungeschwächt hindurch liefs, und jetzt bekam ich in der That nach hinreichend langer Exposition ein dunkles Band auf hellem Grunde.

Die Sache ist aber nicht bloß technisch, sondern auch wissenschaftlich von Interesse. Bisher glaubte man, daß

die I
verä
biren
S. 2
„Ser
Mitt
phot
fähi
die
einc

XI

(Mi

D

vo
wi
Pi
Fl
au
Fl
U
G
so

T
S
R

die Haloidsalze des Silbers nur durch die Strahlen chemisch verändert werden, welche sie in merklicher Stärke absorbiren (Schulz-Sellack, Berichte d. chem. Ges. 1871, S. 211) und leugnete sogar theilweise den Einfluß der „Sensibilisatoren“ (Schultz-Sellack, photographische Mittheilungen, Jahrgang VII, S. 301).

Meine Versuche lehren, daß in der Lichtempfindlichkeit photographischer Platten nicht nur die optische Absorptionsfähigkeit der empfindlichen Silbersalze selbst, sondern auch die optische Absorptionsfähigkeit beigemengter Substanzen eine wichtige Rolle spielt.

Weitere Versuche über den Gegenstand sind im Gange. Berlin, im October 1873.

XII. *Methode zur leichten und sehr genauen Bestimmung des specifischen Gewichts von Flüssigkeiten; von Hermann Sprengel.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus dem *Journ. of the Chem. Soc.*, June 1873.)

Das „*Laboratory*“ für 1867 p. 191 enthält einen Aufsatz von Matthiessen und Hockin über das specifische Gewicht, in welchem statt der Dichtigkeitsflasche eine kleine Pipette empfohlen wird, wenn nur wenige Centigramme Flüssigkeit zu Gebote stehen. Unabhängig davon hatte auch ich mich vor einigen Jahren statt einer solchen Flasche vorzugsweise pipettenähnlicher Gefäße unter allen Umständen bedient. Allein unsere Instrumente und ihre Gebrauchsweise sind hinreichend verschieden, um eine Beschreibung der meinigen zu rechtfertigen.

Die Form meines Instruments ist, wie aus Fig. 21, Taf. VI zu ersehen, eine längere U-Röhre, deren offene Schenkel in zwei, rechtwinklig nach entgegengesetzten Richtungen gebogenen Haarröhrchen auslaufen. GröÙe und

Gewicht dieses Instrumentes müssen dem Gewicht und der Empfindlichkeit der Waage, durch die es gewogen werden soll, angemessen seyn. Da unsere gewöhnlichen Waagen bei 50 Gramm Belastung noch 0,1 Milligramm angeben, so darf die *U*-Röhre, mit Flüssigkeit gefüllt, nicht schwerer seyn (1000 Grains = 64,799 Grm.). Das zu meinen, zuvor erwähnten Bestimmungen dienende Instrument hatte eine Länge von 17,7 Ctm. (7 Zoll) und bestand aus einer Glasröhre von 11 Mm. ($\frac{7}{16}$ Zoll) äußerem Durchmesser. Ich brauche wohl nicht zu erwähnen, daß die *U*-Form gewählt ist, um dem Instrument eine große Oberfläche zu geben und es für Temperaturveränderungen empfindlich zu machen. Mehr wünsche ich (aus späterhin angegebenen Gründen) auf das verschiedene Kaliber der beiden Haarröhrchen aufmerksam zu machen. Das kürzere ist (wenigstens gegen das Ende hin) ein gut Theil enger als das längere, dessen innerer Durchmesser etwa 0,5 Mm. beträgt. Der horizontale Theil dieses weiteren Rohrs ist nahe bei der Biegung mit einem feinen Strich *b* gezeichnet. Dieser Strich und das Ende *a* des gegenüberstehenden Haarröhrchens sind die Marken, welche das zu wägende Flüssigkeitsvolum begrenzen.

Das Füllen des Instruments geschieht leicht durch Aufsaugen, sobald man den in Fig 22, Taf. VI. abgebildeten kleinen Kugelapparat in das *engere* Haarröhrchen eingesetzt hat, mittelst eines durchbohrten Stöpsels von Kautschuk, der den konischen Tubulus der Kugel dicht verschließt. Taucht man das *weitere* und längere Haarröhrchen in die Flüssigkeit und saugt am offenen Ende der Kautschukröhre, so entsteht in dem Apparat ein partielles Vacuum, welches die Flüssigkeit in das *U*-Rohr eindringen macht. Da dieses partielle Vacuum sich (wegen der Kugel) eine Zeitlang hält, so ist es nicht nöthig, das Saugen fortzusetzen, wenn das Ende der Kautschukröhre durch Zusammendrücken mit den Fingern zeitweise verschlossen wird. Wenn Kugel und *U*-Röhre ungefähr gleiche Capacität haben, ist es kaum nöthig, das Saugen während der Fül-

lung
ist d
chen
sch
press

M
getre
von
es d
fältig
und

I
der
(wie
anla
gran
eine
zu l
App
lich
Tem
stin
Sch
star

Lei
der
wo
wir
Ha
tur
che
kei
Ca
kle

1)

2)

lung mehr als einmal zu wiederholen. Ohne solche Kugel ist das Füllen des *U*-Rohrs durch diese feinen Haarröhrchen etwas langweilig. Das Leeren des *U*-Rohrs geschieht durch den umgekehrten Proceß, durch Compression der Luft.

Nach der Füllung wird das *U*-Rohr von der Kugel abgetrennt bis zu den Biegungen der Haarröhrchen in Wasser von der Normaltemperatur getaucht, darin gelassen, bis es dessen Temperatur angenommen hat, und, nach sorgfältiger Ajustirung des Volums, herausgenommen, getrocknet und gewogen.

Besondere Sorgfalt muß darauf verwandt werden, sich der Richtigkeit der Normaltemperatur zu versichern, denn (wie ich weiterhin zeigen werde) ein Fehler von $0^{\circ},1$ veranlaßt, das Gewicht von 10 CC. Wasser um 0,14 Milligramm zu hoch oder zu niedrig zu schätzen, und bewirkt einen Fehler in der 5. Decimale oder macht 100000 Theile zu 1000014 Theilen. Diese Bestimmungen sind in Dupré's Apparat¹⁾ gemacht, welcher, wenn er mit einem empfindlichen Thermometer versehen ist, die Schwankungen der Temperatur bis auf $0^{\circ},01$ festsetzen läßt. Wenn viele Bestimmungen zu machen wären, würde ich mich des Scheibler'schen elektromagnetischen Regulators zur Constanzhaltung der Temperatur bedienen²⁾.

Eine Eigenthümlichkeit meines Instruments ist die Leichtigkeit und Genauigkeit, mit welcher die Messung der Flüssigkeit ausgeführt werden kann in dem Moment, wo sie die Normaltemperatur angenommen hat; denn man wird finden, daß die Flüssigkeit sich bloß in dem weiteren Haarröhrchen ausdehnt und zusammenzieht, d. h. in Richtung des kleinsten Widerstandes. Das engere Haarröhrchen bleibt immer vollständig gefüllt. Steigt die Flüssigkeit über die Marke *b* hinaus, so kann man sie durch Capillarkräfte reduciren, wenn man die Spitze *a* mit einer kleinen Rolle Fließpapier berührt. Hätte man dabei zu

1) A. Dupré und F. T. M. Paye „On the specifical heat etc.“ Phil. Transact. für 1869 p. 608.

2) Zeitschrift für analyt. Chemie (1868) Bd. VII, S. 88.

viel Flüssigkeit fortgenommen, so wird die Capillarkraft diesen Fehler wieder gutmachen, wenn man die Spitze *a* mit einem Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit berührt; denn diese schwache Kraft wirkt augenblicklich durch die ganze Masse der Flüssigkeit und macht, daß sie sich vorwärts bewegt gegen die Marke oder darüber hinaus.

Da das Instrument an sich die Eigenschaften eines empfindlichen Thermometers besitzt, so ergibt sich der Zeitpunkt, da es die Normaltemperatur des Bades erreicht hat, aus der Stabilität des flüssigen Fadens innerhalb des weiteren Haarröhrchen. Die Länge dieses Fadens bleibt constant nach Verlauf von etwa fünf Minuten.

Beim Abwischen des Instruments (nach Herausnahme aus dem Bade) muß man sich sorgfältig hüten, die Spitze *a* zu berühren, da die Capillarität leicht etwas Flüssigkeit herausziehen könnte. Sonst erfordert die Behandlung des Instruments keine besondere Vorsicht.

Die Haarröhrchen brauchen nicht verschlossen zu werden, um die Verdampfung zu verhindern, wenigstens nicht bei Wasser. Aus dem Mittel verschiedener Bestimmungen habe ich gelernt, daß der aus dieser Quelle entspringende Fehler in einer Stunde nicht mehr als 0,05 Milligramm beträgt.

In Fällen, wo die Temperatur des Zimmers der Waage hoch ist und die Flüssigkeit einen bedeutenden Ausdehnungscoefficienten besitzt, kann es nöthig befunden werden, auf das Ende des *weiteren* Haarröhrchen eine kleine Kappe (knopfförmig und an beiden Enden offen) zu stecken, um die Flüssigkeit zurückzuhalten, die sonst, vermöge der Verdampfung während der Wägung verloren ginge. Eine Erhöhung der Normaltemperatur des Bades ist ein anderer Weg, diesem Uebelstande vorzubeugen. Wenn man eine Kappe anwendet, braucht das weitere Haarröhrchen nicht länger als das engere zu sein.

Die diese Methode erreichte Genauigkeit ist sehr befriedigend. Als Beweis davon gebe ich die folgenden Beispiele.

ben
Ten
men
suc
hob
geze
in d
gew
nich

U

U

S

U

U

S

U

U

S

anw
ficie

aus
380
Wa

den
reg

1. Es wurden successive sechs Wägungen an derselben Probe von destillirtem Wasser gemacht, drei bei der Temperatur 16°, drei bei 15°. Drei Mal wurde das Instrument gefüllt und geleert, während das Dupré'sche Bad successive sechs Mal zu der gewünschten Temperatur gehoben und gesenkt wurde. Die Wägungen wurden aufgezeichnet, nachdem das Instrument zehn Minuten lang in dem Gehäuse der Waage gehangen hatte. Ein Gegengewicht in Gestalt einer anderen ähnlichen U-Röhre wurde nicht angewandt. Die Resultate waren diese:

	Bei 16°	Bei 15°
U-Röhre + Wasser	41,9648 Grm.	41,9675 Grm.
U-Röhre	23,3332 -	23,3332 -
	<hr/> 18,6316 Grm.	<hr/> 18,6343 Grm.
Specifisches Gewicht	1	1,000145 -
	Bei 16°	Bei 15°
U-Röhre + Wasser	41,9648 Grm.	41,96745 Grm.
U-Röhre	23,3332 -	23,33320 -
	<hr/> 18,6316 Grm.	<hr/> 18,63425 Grm.
Specifisches Gewicht	1	1,000143 -
	Bei 16°	Bei 15°
U-Röhre + Wasser	41,9648 Grm.	41,9674 Grm.
U-Röhre	23,3332 -	23,3332 -
	<hr/> 18,6316 Grm.	<hr/> 18,6342 Grm.
Specifisches Gewicht	1	1,000140 -

Diese Tafel zeigt, daß das Instrument offenbar auch anwendbar ist, um den scheinbaren Ausdehnungscoefficienten von Flüssigkeiten zu bestimmen.

2. Eine Probe Wasser, genommen am 29. März 1873 aus dem Parlamentsgebäude und herstammend aus dem 380 Fuß tiefen Artesischen Brunnen der „Government Water Works“ auf dem Trafalgar-Platz, zeigte bei 15°

1,000794 spec. Gew.

Nach $\frac{3}{4}$ stündigem Kochen unter den gewöhnlichen Vorsichtsmaassregeln

1,000711 - -

Unterschied 0,000083 spec. Gew.

100 Grm. des Wassers (ohne Kochen) abgedampft,
gaben festen Rückstand 0,0835 Grm.

100 Grm. des Wassers (gekocht und
filtrirt) lieferten festen Rückstand . . . 0,00775 Grm.

Unterschied 0,000060 Grm.

Obschon dies Wasser eine beträchtliche Menge minerali-
scher Stoffe enthält, wurde es doch, wegen seiner Weich-
heit, nach Clark's Probe, auf seine Härte untersucht.

Dieselbe war (ungekocht) . . 5,3

- - (gekocht) . . . 0,75

Unterschied 4,55

Diese Data zeigen hinreichend, daß die wohlbekannte
Fällung von kohlensaurem Kalk beim Sieden (in diesem
Fall 4,55 Grains per Gallon) die Hauptursache der Er-
niedrigung des specifischen Gewichts dieses Wassers nach
dem Sieden war. Da wir aus dem Beispiele No. 1
ersehen haben, daß man auf die Richtigkeit der 5. Deci-
male bauen kann, so könnte die Menge der unlöslich ge-
wordenen Substanz (rücksichtlich der obigen Differenz
0,000083) acht Mal geringer seyn, ehe ihre Abwesenheit
aufhörte, durch solche specifischen Gewichtsbestimmungen
angebbar zu seyn. Der achte Theil von 0,006 Grm. ist
nun 0,00075 Grm. und repräsentirt den Unterschied,
welcher sich auf den festen Rückstand aus 100 Grm.
Wasser bezieht. Oder mit anderen Worten, wenn man
von irgend einer Mineralsubstanz (wie kohlensaurer Kalk)
75 Thl. in 10000000 Thl. oder 7,5 Milligramm. in 1 Liter
oder $\frac{1}{2}$ Grain in 1 Gallon Wasser auflöst, kann die Gegen-
wart derselben auf diese Weise quantitativ ermittelt werden.

Wenn die verschiedenen Bestandtheile der natürlichen
Wässer das specifische Gewicht dieser Wässer in gleichem
Grade beeinflussten, so würde die obige Methode das leicht-
teste Mittel seyn zur Bestimmung der Menge dieser Stoffe,
aber eine Annäherung kann jedesmal durch sie erlangt
werden.

Wenn indeß eine Lösung nur *einen* unbekannten Bestandtheil enthält, kann die relative Menge dieses Bestandtheils und seines Lösemittels durch diese einfache und schnelle analytische Operation mit aller nöthigen Genauigkeit ermittelt werden.

XIII. Ueber die Messung physischer Empfindungen und das Gesetz, welches die Stärke dieser Empfindungen mit der Stärke der erregenden Ursache verknüpft; von Hrn. J. Plateau.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Bullet. de l'acad. de Belgique* T. XXXIII, 1772.)

E. H. Weber hat, ich glaube ums Jahr 1853, eine schon von mehreren Physikern berührte, merkwürdige Thatsache scharf hingestellt, nämlich daß der kleinste wahrnehmbare Unterschied zwischen den Stärken zweier erregenden Ursachen gleicher Art ein fast constanter Bruch von der Stärke einer derselben ist. In zwei Abhandlungen, eine von 1859, die andere von 1860, hat Fechner daraus eine Relation zwischen der Stärke der Empfindung und der ihrer Ursache abgeleitet¹⁾; bezeichnet man die erste mit *S* und die zweite mit *E*, so würde das Gesetz, nach welchem die Empfindung mit der Ursache wächst, ausgedrückt seyn durch die Relation:

$$S = A \log . E + C \dots \dots (1)$$

wo *A* und *C* Constanten sind.

Die Idee, die physischen Empfindungen bis zu einem gewissen Punkt abzuschätzen, stellte sich mir vor etwa 20 Jahren ein und ich begann darüber eine Reihe von

1) Ueber ein wichtiges psychologisches Gesetz (Abhandl. der K. Sächs. Gesellsch. d. Wiss., Phys.-Math. Klasse, Bd, IV, S. 457). Elemente der Psychophysik, Leipzig.

Versuchen, die ich aber, durch andere Untersuchungen davon abgezogen, nicht fortsetzte. Der gegenwärtige Aufsatz hat nicht den Zweck, die Priorität der Idee zu reclamiren, weil meine ersten Versuche nicht veröffentlicht wurden; allein da die Methode, welche ich anwandte, sich auf ein Princip stützt, das von dem der Fechner'schen Formel durchaus verschieden ist, und da überdies das Resultat, welches sie mir gab, eine eigenthümliche Schätzungsfähigkeit in uns aufdeckt, so halte ich es nicht für uninteressant, sie kennen zu lehren.

Wenn wir, gleichzeitig oder nacheinander zwei physische Empfindungen gleicher Art, aber ungleicher Stärke erhalten, so beurtheilen wir leicht, welche von beiden die stärkere sey, und wir können überdies entscheiden, ob ihr Unterschied schwach oder bedeutend sey; allein es scheint, daß die Vergleichung hiebei stehen bleiben müsse, wenigstens wenn wir uns auf eine directe Bestimmung beschränken wollen, und daß wir uns für unfähig halten müssen, das numerische Verhältniß der Intensitäten zweier Empfindungen festzustellen. Wenn man indeß die Aufgabe näher betrachtet, erkennt man bald, daß unser Urtheil über die relativen Intensitäten nicht ganz so schwankend ist, als es anfangs erscheint. Nehmen wir z. B. die Empfindung des Lichtes: Wenn wir sagen, daß ein Gegenstand hellgrau sey, so meinen wir damit offenbar, daß das Grau dem Weißen näher liege als dem Schwarz, was darauf hinausläuft zu sagen, daß die Intensität der in uns erregten Empfindung größer ist als die Hälfte von der derjenigen Empfindung, welche ein unter dieselben Umständen von Beleuchtung versetzter weißer Gegenstand hervorbringen würde. Sagen wir dagegen, ein Gegenstand sey dunkelgrau, so verstehen wir damit, daß das Grau dem Schwarzen näher liege als dem Weiß, oder, mit anderen Worten, daß die Intensität der entsprechenden Empfindung kleiner ist als die Hälfte der der Empfindung, die von einem demselben Lichte ausgesetzten weißen Gegenstand herrührt. Endlich können wir uns ein zwischen dem hellen und dem

dunk
genau
zu s
diese
ausfü
wird
Emp
von
vorb

I
welc
zu l
In d
Dim
das
inter
gest
ande
Wei
das
Gra
rech

I
theil
könn
über
Mitt
mit
und
dem
gese
eine
Es
Com
das
Gra
mü

dunklen Grau liegendes Grau verschaffen, welches uns genau ebenso weit vom Schwarz als vom Weiss entfernt zu seyn scheint. Nun begreift man, dafs die Schätzung dieses letzteren Grau sich mit einer gewissen Genauigkeit ausführen lassen wird, und wenn dem wirklich so ist, wird man auf diese Weise ein Grau haben, welches eine Empfindung erzeugt, deren Intensität sehr wenig abweicht von der Hälfte der Empfindung, welche das Weiss hervorbringt.

Ich sagte soeben, dafs die Bestimmung eines Grau, welches genau in der Mitte zwischen Weiss und Schwarz zu liegen scheine, einer grofsen Genauigkeit fähig sey. In der That, nimmt man drei Papierquadrate von gleichen Dimensionen, überzieht das erste mit einer weissen Farbe, das zweite mit einer grauen und das dritte mit einer recht intensiven schwarzen, legt sie neben einander solchergestalt, dafs das graue Quadrat sich zwischen den beiden anderen befindet, so wird man beurtheilen können, ob das Weiss mehr oder weniger mit dem Grau contrastirt als das Schwarz, und man braucht nur durch Probiren das Grau zu modificiren, bis die beiden Contraste einander recht gleich erscheinen.

Bevor ich jedoch im Principe annahm, dafs ein Urtheil dieser Art ein ziemlich genaues Resultat geben könnte, wollte ich mich von der Sache experimentell überzeugen, und zu dem Ende griff ich zu dem folgenden Mittel. Ich bat einzeln verschiedene Personen, die sich mit der Malerei beschäftigen und deshalb an die Prüfung und Behandlungen von Farben gewöhnt sind, mir nach dem obigen Verfahren mittelst eines dem Tageslicht ausgesetzten Systems von mit Oelfarben bemalten Quadraten eine Probe des erwähnten intermediären Grau anzufertigen. Es ist klar, dafs wenn die Schätzung der Gleichheit beider Contraste auf einem unbestimmten Gefühl beruhte, alsdann das von diesen Personen, deren acht waren, gelieferte Grau sehr bedeutende Verschiedenheit hätte darbieten müssen, während, wenn dasselbe Gefühl Schärfe besäfsse,

alle diese Grau einander sehr nahe kommen mußten. Das Letzte war nun wirklich der Fall; die acht Proben von Grau waren fast identisch. Als ich sie von der hellsten bis zur dunkelsten neben einander legte, konnte ich aus ihnen diejenige auswählen, welche mir die mittlere von allen zu seyn schien, und diese letztere mußte folglich demjenigen Grau außerordentlich nahe liegen, welches eine genau intermediäre Empfindung zwischen denen der rein weißen und rein schwarzen Farbe hervorbringt.

Freilich reflectirt das intensivste Schwarz, welches man durch Malerei erhalten kann, immer noch eine kleine Lichtmenge, so daß die dem obigen Grau entsprechende Empfindung nothwendig ein wenig oberhalb der Hälfte der vom Weiß erzeugten liegen muß; allein der Unterschied war ohne Zweifel sehr gering und überdies wäre es leicht die Versuche so einzurichten, daß statt des schwarz bemalten Quadrats ein ganz lichtleerer Raum, also ein nahe absolutes Schwarz genommen würde.¹⁾

Durch dasselbe Abschätzungsverfahren kann man sich ein Grau verschaffen, welches genau zwischen dem vorhergehenden Grau und dem Schwarz liegt, und dieses zweite Grau wird also durch eine Empfindung erregt, deren Intensität gleich ist einem Viertel des der Empfindung des Weiß. Man kann ferner, immer auf dieselbe Weise, ein drittes Grau, intermediär zwischen dem ersten und dem Weiß, aufsuchen und dieses dritte Grau wird eine Empfindung hervorbringen, deren Intensität gleich ist drei Vierteln derjenigen der weißen Empfindung. Daraus sieht man, daß die Intensitäten der den fünf Farben entsprechenden Empfindungen, vom Schwarz bis zum Weiß, sich zu einander verhalten wie 0, 1, 2, 3, 4. Endlich wird man die intermediären Nüancen nach Belieben vervielfältigen können, und auf diese Weise eine Skale von Empfindungen erhalten, deren Intensitäten in bekannten Verhältnissen zu einander stehen.

1) Ich sehe ab von der schwachen Lichtempfindung, welche die Augen selbst im vollständigsten Dunkel wahrnehmen und von physiologischen Actionen herrührt.

Wiewohl wir also nicht die Fähigkeit besitzen, das Intensitätsverhältniß zweier Lichtempfindungen direct abzuschätzen, so besitzen wir doch eine andere Fähigkeit, welche uns verstatet, zum Werthe dieses Verhältnisses zu gelangen, und diese Fähigkeit besteht darin, daß wir die Gleichheit zweier Contraste zu bestimmen vermögen. Dadurch können wir, wie man gesehen hat, dahin gelangen, eine Skale von Farben zu entwerfen, welche in arithmetische Progression wachsende Empfindungen erzeugen; und wenn wir es so einrichten, daß das erste Glied dieser Reihe Null ist, werden die übrigen Glieder sich verhalten wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 usw.

Man muß es für wahrscheinlich halten, daß die Fähigkeit die Gleichheit zweier Contraste zu beurtheilen, in mehr oder weniger ausgesprochenem Grade auch für andere Empfindungen als die des Lichtes gelte, z. B. für die Empfindung des Tons, der Wärme usw. Zweckmäßig angestellte Versuche würden lehren, ob dem wirklich so sey, und in diesem Fall würde man sich ebenso Empfindungen des Tons, der Wärme usw. verschaffen können, deren Intensitäten in bestimmten Verhältnissen ständen.

Kehren wir zu den Lichtempfindungen zurück. Hat man die besprochene Skale gebildet und die Farben so zahlreich genommen, daß der Unterschied zwischen einer jeden und der nächstfolgenden klein ist, so wird man leicht das genaue oder sehr genäherte Verhältniß zwischen jeden zwei gegebenen Grau entsprechenden Empfindungen finden können. Es reicht hin, in der Skale aufzusuchen, welche zwei Nüancen respective denselben Grad von Dunkelheit darbieten als die beiden Grau, von denen die Rede war. Finden sie sich genau darin, so geben sie direct das Verhältniß der beiden Empfindungen; im entgegengesetzten Fall sucht man für jedes der beiden gegebenen Grau die beiden Nüancen der Scale, zwischen welchen unmittelbar es liegt und dann erhält man das Verhältniß der Empfindungen angenähert mittelst einer Interpolation.

Ich habe bis hieher nur die Empfindungen des farblosen Lichtes betrachtet; allein die Farbe bildet eine von der Intensität durchaus unabhängige Qualität. Man kann sich zwei in Betreff der Farbe sehr verschiedene Empfindungen denken, die dennoch genau gleiche Intensitäten haben. Man könnte z. B. zwei Quadrate bemalen, das eine roth, das andere grün, beide Farben genau von gleichem Grade der Dunkelheit, so daß sie, neben einander gelegt, bloß einen Contrast der Farbe, und keinen der Intensität hervorbrächten. Es folgt daraus, daß unsere Scale der grauen Tinten aber auch dazu dienen wird, daß Verhältniß der Intensitäten zweier Empfindungen von irgend welchen Farben aufzufinden.

Bei Anwendung der Scale habe ich die mehr oder weniger große Intensität des Lichtes, welches diese Scale beleuchtet, außer Acht gelassen, oder anders gesagt, ich habe stillschweigends angenommen, daß die Verhältnisse zwischen den Intensitäten der Empfindungen, welche den verschiedenen Tinten der Scale entsprechen, so ziemlich unabhängig seyen von dem Grade der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten. Dieses aber ist nach dem Resultat der Erfahrung erlaubt, denn ich hatte den Personen, welche mir Hülfe leisteten, nichts weiter in Betreff der Beleuchtung der Quadrate empfohlen, als bei bloßem Tageslicht zu operiren, welches bekanntlich sehr veränderlich ist, weil es abhängt von der Tagesstunde, von der Reinheit der Atmosphäre, von der Stellung am Fenster, wo man es auffängt, usw., und da die erwähnten Personen getrennt und zu verschiedenen Zeiten arbeiteten, so ist es klar, daß die acht Proben von Grau bei sehr verschiedener Beleuchtung erhalten worden waren, und dennoch boten diese Grau, wie gesagt, nur sehr geringe Unterschiede dar, die mit Recht der kleinen Unsicherheit zugeschrieben werden konnten, die von der Beurtheilung der Contraste unzertrennlich ist.

Man erkennt übrigens auf andere Weise, daß die Verhältnisse zwischen den Intensitäten der Empfindungen,

die
Inter
vari
ziem
Ker
trac
kein
sch
wen
Eff

zwe
hän
tun
nich
set
Art
mit
zwe
Far
ge
Qu
den
hal
m-
wi
Li
Ve
wi
be
gl
lic
1

die den verschiedenen Tinten entsprechen, wenig mit der Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten variiren; denn Jedermann weiß, daß ein Kupferstich so ziemlich derselbe bleibt, man mag ihn bei Tageslicht, bei Kerzenlicht, bei Gaslicht oder selbst im Sonnenschein betrachten. Diese so verschiedenartige Beleuchtungen bringen keine beträchtliche Veränderung in den Beziehungen zwischen den hellen und dunklen Theilen hervor, wenigstens wenn die Einbildung die allgemeinen Veränderungen des Effects nicht unterstützt. ¹⁾

Allein, wenn das Verhältniß der Intensitäten der von zwei ungleichen Tinten herrührenden Empfindungen unabhängig ist von dem Grade der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten, so gelangt man zu einer Formel, die nicht mit der von Fechner übereinstimmt. In der That, setzen wir allgemein $S = F(E)$, wo die Function F der Art seyn muß, daß für $E = 0$, auch $S = 0$, und S mit E wächst. Denken wir uns nun, wir betrachteten zwei neben einander liegende Quadrate von ungleicher Farbe, ein weißes und ein graues, beleuchtet von einem gewissen Lichte, z. B. dem Tageslichte. Diese beiden Quadrate schicken respective zwei Lichter in das Auge, deren Intensitäten ein bestimmtes Verhältniß r zu einander haben. Setzen wir hierauf dieselben Quadrate einem m -mal stärkerem Lichte, z. B. dem Sonnenlichte aus, so wird jedes der Quadrate dem Auge ein m -mal intensiveres Licht schicken als bei der ersten Beleuchtung, so daß das Verhältniß der Intensitäten dieser Lichte noch r seyn wird. Nehmen wir nun an, daß die Intensitäten der den beiden Tinten entsprechenden Empfindungen genau ein gleiches Verhältniß bewahren, wenn man die gemeinschaftliche Beleuchtung verändert, und geben wir dieser suc-

- 1) Fechner's Formel führt zu der Folgerung, daß, wenn die gemeinschaftliche Beleuchtung variirt, die Differenzen der Empfindungen constant bleiben. Es hat mir zur Erklärung der Constanz des allgemeinen Eindrucks eines Kupferstichs natürlicher geschienen *a priori* die Constanz dieser Verhältnisse und nicht der Differenzen zwischen den Empfindungen anzunehmen.

cessiv die Werthe E' , E'' , E''' , E'''' usw., solche, daß der Quotient irgend eines von ihnen durch den vorhergehenden constant sey; so werden die entsprechenden Werthe von S auch so seyn, daß der Quotient irgend eines von ihnen durch den vorhergehenden constant ist. Mit anderen Worten also, wenn E in einer geometrischen Progression wächst, wird auch S in einer solchen wachsen.

Ist nun B das erste Glied der Progression, nach welcher man E wachsen läßt, und λ der constante Factor dieser Progression, so hat man, um das n te Glied darzustellen, den Ausdruck

$$E = B \lambda^{n-1} \dots \dots \dots (2)$$

Bezeichnet man ebenso mit C das erste Glied und mit μ den constanten Factor der Progression, nach welcher S wächst, so hat man für das Glied desselben Ranges dieser zweiten Progression

$$S = C \mu^{n-1}$$

Weil nun μ und λ Constante sind, ko kann man setzen $\mu = \lambda^p$, wo der Exponent p gleichfalls constant ist, und dieses giebt

$$S = C(\lambda^p)^{n-1} = C(\lambda^{n-1})^p \dots \dots \dots (3)$$

Eliminirt man λ^{n-1} zwischen den Gleichungen (2) und (3), so kommt $S = \frac{B}{C} E^p$ oder, indem man die constante Größe $\frac{B}{C}$ durch einen einzigen Buchstaben A ersetzt,

$$S = A E^p \dots \dots \dots (4)$$

in welcher Gleichung p kleiner als eins seyn kann.

Dies ist also die Relation, zu welcher man in der Hypothese kommt, daß das Verhältniß der Empfindungen zweier ungleichen Tinten unabhängig sey von der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten.

Das durch unsere Formel (4) ausgedrückte Gesetz weicht, wie man sieht, wesentlich ab von dem durch die Formel (1) ausgedrückten Fechner's. Dieß letztere scheint nur von einem gewissen Werthe von E ab anwendbar. Denn z. B. für $E=0$ giebt es $S = -\infty$, was schwer zu deuten ist. Fechner freilich vermeidet diese

Schwierigkeit zum Theil durch die Betrachtung, daß es einen sehr kleinen, jedoch endlichen Werth von E giebt, unterhalb dessen man keine Empfindung mehr gewahrt, und der also $S = 0$ entspricht. Bezeichnet man ihn durch E' , so gelangt man zu der Formel

$$S = A \cdot \log \frac{E}{E'}$$

Die Formel (4) giebt $S = 0$ für $E = 0$, allein sie gründet sich auf eine Hypothese, die vielleicht nicht ganz gerechtfertigt ist. Uebrigens muß diese selbe Formel (4) so gut wie die Fechner'sche, jenseits einer gewissen höheren Gränze von E aufhören anwendbar zu seyn, denn wenn der Reiz zu heftig ist, ändert er das Organ, welches die Empfindung wahrnimmt.

Hier nun eine Methode, mittelst deren man gleichzeitig die vorhin besprochene Farbenscale und die diesen Farben entsprechenden Lichtintensitäten erhält, was erlaubt, die Formeln (1) und (4) auf die Probe des Experiments zu stellen.

Nach einem von Talbot aufgestellten Princip, von dem ich früher eine experimentelle Bestätigung gegeben habe ¹⁾, weiß man, daß, wenn man eine Pappscheibe in abwechselnd weiße und schwarze Sektoren theilt, von denen sowohl die weißen als die schwarzen unter sich gleich sind, und man läßt nun diese Scheibe in ihre Ebene um eine centrale Axe rasch rotiren, so daß man den Anblick einer gleichmäßig grauen Farbe bekommt, sich die Lichtintensität des Grau zu der des Weiß verhält wie die Winkelbreite eines weißen Sectors zu der Summe der Winkelbreiten eines weißen und eines schwarzen Sectors.

Gesetzt nun, wir hätten statt der vollständigen schwarzen Sektoren nur Sektorenstücke zwischen dem Rande der Scheibe und einem concentrischen Kreise, der ganz weiß wäre, und hätten überdies die Scheibe vor einer schwarzen Fläche aufgestellt. Läßt man sie nun rotiren, so giebt die Gesamtzahl der Sektorenstücke eine graue Zone, die

1) *Bull. de l'Acad.* 1835, T. II, pag. 52.

zwischen dem centralen weissen Raum und dem schwarzen Hintergrund des Apparates liegt, und man wird den Contrast des erwähnten Grau mit dem Weiss, und den Contrast desselben Grau mit dem Schwarz vergleichen können.

Wenn die Winkelbreite der schwarzen Stücke gleich ist der der sie trennenden weissen, so folgt aus dem Talbot'schen Princip, daß die Lichtintensität der grauen Zone die Hälfte der der weissen seyn wird; unser Versuch zeigt nun die auffallende Thatsache, daß das erhaltene Grau ein helleres ist, das sich dem Weiss viel mehr nähert als dem Schwarz. Wenn also die Lichtintensität um die Hälfte geringer wird, kommt die Intensität der Empfindung lange nicht auf die Hälfte herab. Die Empfindung variirt also nach einem viel weniger raschen Gesetz als die erregende Ursache, wie es die Fechner'sche Formel will.

Es folgt daraus, wie leicht zu ersehen, daß in unserer Formel (4) der Exponent p weit unter der Einheit liegen muß.

Da man nun den Grad der Dunkelheit des Grau der Zone durch Abänderung der relativen Winkelbreite der schwarzen und weissen Sektoren beliebig modificiren kann, so wird man auch durch Probiren eine graue Tinte herstellen können, die von dem äusseren Schwarz genau eben so weit absteht wie von dem centralen Weiss. Wenn man hierauf eine zweite Scheibe nimmt, auf welcher man den centralen kreisförmigen Raum in schwarze und weisse Sektoren theilt, die dasselbe Breitenverhältniß haben, wie das, welches das intermediäre Grau lieferte, so wird man die übrig bleibende Zone in solche schwarz und weisse Portionen theilen können, daß sie ein intermediäres Grau zwischen dem centralen Grau und dem äusseren Schwarz geben. Eine dritte Scheibe, die man vor einer weissen Fläche rotiren liesse, könnte derart getheilt werden, daß das Grau der Zone intermediär zwischen dem ersten Grau und dem Weiss läge und sofort.

Durch dieses Mittel verschafft man sich also, wie durch das bereits angegebene, eine Scale von Tinten, die Empfin-

dun
Alle
für
Lich
wird
Jede
stru
das
man
We
vers
Ges
ferti
Mit
App
der
Sch
in
leuc
dun
Ges
man
Bre
mul
hab
gen
folg
zei
Per
bo
vor
me
das
Bet
Fe

dungen erregen, deren Verhältnisse man kennen wird. Allein die neue Scale bietet den Vorzug dar, daß man für jede Tinte, wie schon gesagt, das Verhältniß der Lichtstärke dieser Tinte zur Lichtstärke des Weißen haben wird, so daß die Scale zur Controle der Formeln dient. Jedenfalls kann man sie gebrauchen, um eine Curve zu construiren, welche zwischen ziemlich ausgedehnten Gränzen das empirische Gesetz der Empfindungen darstellt, indem man die Lichtstärken zu Abscissen und die entsprechenden Werthe der Empfindung zu Ordinaten nimmt.

Uebrigens genügt ein einziger Versuch, um sich zu versichern, ob die Formel (4) rechtmässig sey oder nicht. Gesetzt man habe bei bloßem Tageslicht die Scheibe gefertigt, welche ein Grau giebt, dessen Ton genau in der Mitte zwischen Weiß und Schwarz liegt. Wenn nun der Apparat dem Sonnenlicht ausgesetzt wird und das Grau der Zone scheint noch eben so weit vom Weiß als vom Schwarz abzustehen, so wird man daraus schließen, daß in Wirklichkeit die Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung nicht merklich auf das Verhältniß der Empfindungen einwirkt, und daß also die Formel (4) das wahre Gesetz mit hinreichender Annäherung ausdrückt; wenn man aber bei dieser starken Beleuchtung die relativen Breiten der weißen und schwarzen Portionen sehr abändern muß, um Gleichheit zwischen den beiden Contrasten zu haben, so beweist dies, daß man von der Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung nicht absehen darf und folglich die Formel (4) zu verwerfen hat.

Ehe ich diese Notiz vorlegte, hätte ich alle darin bezeichneten Versuche durch meinen Sohn und einige andere Personen ausführen lassen können . . . Allein Hr. Delboeuf, Professor an der Universität zu Lüttich, dem ich vor einiger Zeit meine ersten Resultate und die Angabe meiner Verfahrensarten mitgetheilt hatte, war so gut das Studium dieser Aufgabe zu verfolgen. Geleitet von Betrachtungen, die ihnen eigenthümlich sind, hat er eine der Fechner'schen analoge aber nicht mit ihr identische

Formel gefunden und sie einer Reihe von Prüfungen unterworfen. Wenn die Resultate veröffentlicht seyn werden, wird man wissen, welche der drei Formeln, die von Fechner, die von Delboeuf oder die von mir, den Vorzug verdient.

XIV. *Notiz zu den Bessel'schen Pendelversuchen; von Dr. G. Lübeck.*

Assistent der Physik am Polytechnicum zu Karlsruhe.

Durch zahlreiche Versuche hat Bessel bekanntlich festgestellt, daß Körper verschiedenen Stoffes mit gleicher Kraft von der Erde angezogen werden¹⁾. Er bewies dies durch Pendelbeobachtungen, bei welchen ein Hohlcylinder von Messing, in den die zu untersuchenden Körper eingeschlossen wurden, nach einander an zwei, um eine Toise verschieden langen Fäden als Pendelkörper aufgehängt war. Aus den beobachteten Schwingungszeiten berechnete er bei allen auf feste Körper bezüglichen Bestimmungen als Länge des einfachen Secundenpendels für Königsberg $440^L,8154$, mit Abweichungen, welche den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern allein zuzuschreiben sind.

Viel größere Abweichungen lieferten aber die drei Bestimmungen, bei welchen der Cylinder mit Wasser gefüllt war. Die an dem längeren Pendel beobachteten Schwingungszeiten des wassergefüllten Cylinders führten allerdings auch zu einem, mit dem angegebenen hinreichend übereinstimmenden Werthe der gesuchten Constanten; dagegen ergab sich aus den Versuchen am kürzeren Pendel eine um $0^L,0318$ größere Länge.

Aus den Versuchen mit dem längeren Pendel folgte somit, daß das Wasser mit derselben Kraft, wie die festen

1) Math. Abhandlungen der Berliner Acad. vom Jahre 1830. „Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht.“

Körp
aber
relativ
Letzte
nicht

D

fluß,

raum

abt¹⁾,

Differ

raum

das n

Resul

kleine

einen

schre

Gren

A

ich e

schen

masse

benen

fast g

dung

Rück

Versu

men,

messe

O. E

für V

D

Cylin

und

1) B

2) D

für

w

Körper von der Erde angezogen wird; am kürzeren Pendel aber wird die Schwingungsdauer durch eine zum Cylinder relative Bewegung in der Flüssigkeit merklich verringert. Letztere hat Bessel bei Berechnung seiner Beobachtungen nicht berücksichtigt.

Dies gab Anlaß zu einer Untersuchung über den Einfluß, welchen eine reibende Flüssigkeit, die in dem Hohlraum eines Pendels enthalten ist, auf seine Bewegung ausübt¹⁾, und zwar habe ich dabei, um die Integration der Differentialgleichungen ausführen zu können, den Hohlraum kugelförmig wählen müssen. Gleichwohl erhielt ich das mit den Bessel'schen Versuchen übereinstimmende Resultat, daß die Schwingungsdauer eines solchen Pendels kleiner ist, als wenn die Flüssigkeit im Hohlraume durch einen gleichmäßigen festen Körper ersetzt wäre. Ueberschreitet jedoch die Länge des Pendelfadens eine gewisse Grenze, so wird jener Unterschied unmerklich.

Auf Anregung des Hrn. Prof. O. E. Meyer versuchte ich eine Anwendung jener Rechnung auf die Bessel'schen Versuche, wobei ich annahm, daß die Flüssigkeitsmasse, welche außerhalb der in den Cylinder eingeschriebenen Kugel liegt (Durchmesser und Höhe desselben sind fast gleich), während der Pendelbewegung in zur Wandung relativer Ruhe bleibe²⁾. Der Kugelradius wurde mit Rücksicht auf die Mitteltemperatur des Cylinders in allen Versuchen mit Wasser (18°,8 C.) gleich 10^L,99 angenommen, da seine innere Höhe 21^L,92441, der innere Durchmesser 22^L,01438 beträgt. Nach den Bestimmungen von O. E. Meyer ist die Quadratwurzel des Reibungsindex für Wasser von 18°,8 C.: $\gamma = 0^L,44$ gesetzt worden.

Darnach ergibt die Berechnung der 3 mit Wasser als Cylinderfüllung ausgeführten Bestimmungen, der 11., 15. und 19. der ganzen Bessel'schen Reihe, wenn man mit

1) Borchardt's Journal für Mathematik, Bd. LXVII, 1. Heft

2) Das unter dieser Annahme der Bessel'schen Rechnung hinzuzufügende Correctionsglied ergibt sich aus Gleichung (85), der erwähnten Abhandlung in Borchardt's Journal, Bd. LXXVII, S. 35.

$440^L,8154 + \Delta$ die Länge des einfachen Secundenpendels bezeichnet, als Werthe von Δ .

Bestimmung No.	mit dem	
	längeren	kürzeren
	Pendel	
	L	L
A.	11	- 0,0052
	15	- 0,0025
	19	- 0,0036
		+ 0,0018
		+ 0,0202
		+ 0,0197

Vernachlässigt man die Reibung der Flüssigkeit, setzt also $\gamma = 0$, so erhält man für Δ

Best.	No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
B.	11	- 0,0054	- 0,0035
	15	- 0,0027	+ 0,0186
	19	- 0,0039	+ 0,0181

Die entsprechenden Werthe von Δ , wie sie Bessel ohne einen Unterschied zwischen dem Verhalten der Flüssigkeit und dem eines gleichmaafsigen festen Körpers anzunehmen, berechnet hat, sind:

Best.	No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
C.	11	- 0,0031	+ 0,0172
	15	- 0,0003	+ 0,0394
	19	- 0,0015	+ 0,0389

Ferner sind die größten und kleinsten Werthe von Δ , welche sich durch die Bestimmungen mit den festen Körpern ergeben und als aus den Beobachtungsfehlern resultierend betrachtet werden müssen, beim

langen	kurzen
Pendel	
L	L
+ 0,0064	+ 0,0087
und - 0,0068	und - 0,0103

Vergleicht man damit die unter A) und B) gegebenen Werthe von Δ , so erkennt man, daß zur Darstellung der richtigen Länge des einfachen Secundenpendels die angebrachten Correctionen nicht genügen. Zugleich wird aber auch, was wichtiger ist, ersichtlich, daß der Einfluß der inneren Reibung der Flüssigkeit im vorliegenden Falle weit innerhalb der Beobachtungsfehler liegt. Der Hauptgrund davon ist die Kleinheit des Verhältnisses von γ zum Kugelradius. In ähnlicher Weise, wie in einer capillaren Röhre das über das äußere Niveau gehobene oder unter dasselbe gedrückte Flüssigkeitsvolumen unmerklich wird, wenn das Verhältniß der Capillaritätsconstante zur Weite der Röhre unter eine gewisse Grenze sinkt, nimmt hier mit zunehmender Weite des Gefäßes, welches die Flüssigkeit enthält, der Einfluß ihrer Reibung bis zum Verschwinden ab. —

Damit der Fehler Δ bei der 15. und 19. Bestimmung mit dem kürzeren Pendel zwischen den oben angeführten statthaften Grenzen von $+0^L,0087$ und $-0^L,0103$ liege, müßte der in die Rechnung einzuführende Kugeldurchmesser wenigstens um $1^L,7$ größer seyn als derjenige der in den Cylinder einschiebbaren Kugel. Dies spricht gegen die Annahme, daß die Flüssigkeit außerhalb der dem Cylinder eingeschriebenen Kugel in zu ihm relativer Ruhe bleibe.

Deshalb habe ich den specifischen Einfluß der Flüssigkeit auf die Pendelbewegung ohne Rücksicht auf die innere Reibung, wie folgt, aufgesucht.

In den Cylinder denke man sich ein rechtwinkliges Coordinatensystem gelegt, dessen Y-Axe senkrecht auf der Ebene der Pendelbewegung steht und dessen Anfangspunkt im Cylindermittelpunkte liegt. Bedeuten u , v , w die nach den 3 Axen geschätzten Geschwindigkeitscomponenten eines Flüssigkeitstheilchens, so gelten, wenn die Flüssigkeit als eine vollkommene (nicht reibende) angenommen wird, bekanntlich die Bedingungsgleichungen

$$\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dz} = 0$$

$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = 0 \quad \frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz} = 0.$$

Die beiden letzten reduciren sich, wenn wir der unendlich kleinen Geschwindigkeit wegen, mit welcher der Cylinder sich parallel der X-Z-Ebene bewegt, $v = 0$ setzen, auf

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad \frac{dw}{dy} = 0.$$

Auf einer zur Y-Axe parallelen Geraden haben also alle Theilchen dieselbe Geschwindigkeit. Nun sei h die innere Höhe des Cylinders, $2a$ die Breite eines der X-Z-Ebene parallelen rechteckigen Querschnitts des Cylinders. Der diesem parallele, nach dem Mittelpunkt hin nächst benachbarte Querschnitt hat dieselbe Höhe h und die Breite $2a + 2\alpha$, wo α eine beliebig kleine Größe ist.

Da nun $v = 0$ und $\frac{du}{dy} = \frac{dw}{dy} = 0$, so müßten in der unendlich dünnen Flüssigkeitsschicht des zweiten Querschnitts die beiden seitlichen Flüssigkeitsfäden von der Breite α sich in sich selbst bewegen, die Theilchen eines jeden dieser beiden Fäden können also zu einander keine relative Bewegung haben. Fällt nun die Z-Axe mit der des Cylinders zusammen, so ergiebt sich, daß dasselbe für die Theilchen einer der Y-Z-Ebene parallelen Schicht gilt, und weil außerdem $\frac{du}{dx} = 0$, da $\frac{dw}{dz} = 0$, so verändert während der Pendelschwingungen kein Theilchen der ganzen Wassermasse seine Lage in Bezug auf seine Nachbartheilchen. Die ganze Wassermasse theilhaft sich also *gleichmäßig* an etwaigen Translationen und Rotationen.

Der Hohlcylinder bewegt sich nun, sich selbst parallel bleibend, mit der Geschwindigkeit seines Mittelpunktes in Richtung der Pendelbahn, welche wir wegen der unendlich kleinen Amplitude der Schwingungen als geradlinig ansehen; *gleichzeitig* aber oscillirt er auch um die Y-Axe mit einer Winkelgeschwindigkeit, gleich derjenigen, mit welcher das Pendel sich bewegt.

Diese beiden gleichzeitigen Cylinderbewegungen können die Flüssigkeitsmasse nur zu einer Translation mit einer allen Theilchen gemeinsamen Geschwindigkeit U in Richtung der X -Axe veranlassen, sowie zu einer Drehung um die Y -Axe mit einer Winkelgeschwindigkeit ψ , welche ebenfalls für alle Theilchen dieselbe ist. Wird nun ψ in der Richtung als positiv angenommen, in welcher man von der positiven X -Axe auf dem kürzesten Wege zur positiven Z -Axe gelangt, so ist

$$u = U - z\psi \quad w = x \cdot \psi.$$

Aus der Gleichung $\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx} = 0$ aber folgt: $\psi = 0$.

Wäre demnach keine Translation des Cylinders, sondern nur die Oscillation um die Y -Axe vorhanden, so müßte die eingeschlossene Flüssigkeit in absoluter Ruhe bleiben. Dieses Resultat läßt sich mit der Nothwendigkeit, daß im letzterwähnten Falle die Flüssigkeit an der Wandung während der Cylinderdrehung aus ihrer Lage gedrängt und bewegt wird, dadurch vereinbaren, daß man annimmt, ψ sey eine Funktion, welche im Innern der Flüssigkeit den Werth Null hat und davon verschieden, der Cylinderdrehung entsprechende Werthe erst für die Coordinaten der Wandung erlangt. Demnach werden, wenn der Cylinder aus einer Lage in die während seiner Oscillation unmittelbar folgende übergeht, die Flüssigkeitstheilchen, deren Ort im Raume nunmehr von der Cylinderwand eingenommen wird, in den von ihr freigegebenen Raum gedrängt, ohne daß die übrige Flüssigkeitsmasse in Bewegung geräth.

Um jetzt die Differentialgleichung für die Bewegung des Pendelsystems aufzustellen, bezeichnen wir mit m die Flüssigkeitsmasse, mit M die übrige, feste Masse des Pendels, mit l und L die Entfernungen ihrer Schwerpunkte von der Schneide. Ferner sey φ der augenblickliche Ablenkungswinkel des Pendels aus der Gleichgewichtslage, t bedeute die Zeit, g die Beschleunigung der Schwere,

$M(k^2 + L^2)$ das Trägheitsmoment von M in Bezug auf die Schneide.

Mit Ausnahme einer unendlich kleinen, der Cylinderwand anliegenden Flüssigkeitsmenge hat in jedem Moment jedes Flüssigkeitstheilchen die Geschwindigkeit des geometrischen Cylindermittelpunktes $U = l \frac{d\varphi}{dt}$ in Richtung der geradlinigen Pendelbahn. Die Beschleunigungen, welche alle Theilchen in ihrer Bahn erfahren ($l \frac{d^2\varphi}{dt^2}$), sind demnach sämmtlich gleich und gleich gerichtet. Daher ist nach dem D'Alembert'schen Prinzip:

$M(k^2 + L^2) \frac{d^2\varphi}{dt^2} + m l^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} + g \cdot \varphi \cdot (M \cdot L + m \cdot l) = 0$,
woraus für T , die Schwingungsdauer des Pendels im luftleeren Raume, sich ergibt

$$\frac{T^2}{\pi^2} = \frac{M(k^2 + L^2) + m l^2}{g(ML + ml)}$$

Diese Formel unterscheidet sich von der von Bessel angewandten dadurch, daß in der Summe der Trägheitsmomente dasjenige der Flüssigkeit in Bezug auf die durch ihren Schwerpunkt zur Schneide gelegte Parallele fehlt.

Zu demselben Resultate würden wir übrigens, wenn auch auf anderem Wege, gelangen, wenn die Flüssigkeit in einem beliebigen anderen Hohlraume enthalten wäre.

Berechnen wir nach unserer Formel die Länge des einfachen Sekundenpendels durch die 11., 15. und 19. Bestimmung, ebenfalls mit Anwendung sämmtlicher von Bessel gebrauchten Correctionen, so erhalten wir für Δ :

Best.	No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
	11	- 0,0080	- 0,0265
D.)	15	- 0,0053	- 0,0045
	19	- 0,0064	- 0,0049

Die aus den beiden letzten Bestimmungen erhaltenen Werthe von Δ liegen innerhalb der statthaften Fehlergrenzen, dagegen werden letztere von den aus der 11. Bestimmung, besonders am kürzeren Pendel, berechneten

Werthen erheblich überschritten. Bessel selbst aber giebt die Resultate der 11. Bestimmung als unsicher an, weil bei dieser die Wasserfüllung des Cylinders nur 1564,61 Gran wog, während bei der 15. und 19. Bestimmung ihr Gewicht 1571,10 resp. 1571,54 Gran betrug.¹⁾

Abgesehen von einer Störung durch die eingeschlossenen Luftblasen, wird während der Versuche der 11. Bestimmung die Bewegung in der Flüssigkeit, welche den Hohlcyylinder nicht vollständig ausfüllte, voraussichtlich eine andere gewesen seyn, als während der Versuche der beiden letzten Bestimmungen.

Wir haben also ohne Berücksichtigung der inneren Flüssigkeitsreibung die richtige Länge des einfachen Secundenpendels auch durch die Bestimmungen mit dem wassergefüllten Cylinder gefunden.

Carlsruhe, November 1873.

XV. *Ueber galvanische Polarisation in gasfreien Flüssigkeiten; von H. Helmholtz.*

(Aus den Monatsberichten der Akademie.)

Ich will mir erlauben, der Akademie Mittheilung zu machen von den Ergebnissen einer Reihe von Versuchen, die ich über die galvanische Polarisation des Platins angestellt habe. Diese Versuche erforderten meist sehr lange Zeit, und ich bitte deshalb um Verzeihung, wenn ich eine Anzahl weiterer Fragen, die sich dabei aufdrängen, vorläufig unbeantwortet lassen muß.

Es ist bekannt, daß wenn ein Daniell'sches Zinkkupferelement durch eine Wasserzersetzungszone mit Platin-
elektroden geschlossen wird, ein Strom entsteht von schnell abnehmender Stärke, der bei der gewöhnlichen Art den Versuch anzustellen, nach kurzer Zeit zwar sehr schwach wird, aber selbst nach sehr langer Zeit nicht ganz aufhört.

1) Bessel, a. a. O. pag. 98.

Wir wollen diesen Strom den *polarisirenden* nennen. Wenn wir nachher die Zersetzungsstelle von dem Daniell'schen Elemente trennen, und ihre Platinplatten mit dem Voltameter verbinden, so erhalten wir einen andern Strom, den *depolarisirenden*, der in der Zersetzungsquelle entgegengesetzte Richtung hat, als der polarisirende, und ebenfalls anfangs stark ist, unter den gewöhnlichen Bedingungen der Beobachtung aber meist bald bis zum Unwahrnehmbaren schwindet.

Es ist im Wesentlichen dieser einfache Versuch, auf den sich meine Untersuchungen beziehen. Die zu lösende Frage war: Worauf beruht die, wie es scheint, unbegrenzt lange Fortdauer des polarisirenden Stromes? In einer Kette von der angegebenen Zusammensetzung kann nämlich, *wenn nicht noch andere Veränderungen darin vorgehen*, die nach dem Faraday'schen Gesetze erfolgende elektrolytische Leitung in den Flüssigkeiten nicht zu Stande kommen ohne eine Verletzung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft. Wenn nämlich keine anderen Aequivalente potenzieller Energie verbraucht werden, müßte in einer solchen Kette das mechanische Aequivalent der in dem Stromkreise erzeugten Wärme gleich seyn dem Arbeitsäquivalent der bei der Elektrolyse wirksam gewordenen und verbrauchten chemischen Kräfte. Letzteres ist aber, wenn die Zersetzung nach dem Gesetze der elektrolytischen Aequivalente vor sich geht, negativ ¹⁾, und kann also nicht einer durch den Strom zu erzeugenden positiven Wärmearbeit gleich seyn. Wasserzersetzung kann also, wenn das Faraday'sche Gesetz ausschließlicg gültig ist,

- 1) Nach Andrews giebt 1 Grm. Wasserstoff, zu Wasser verbrennend, 33808 Wärmeeinheiten, nach Favre und Silbermann 34462. Für jedes Gramm Wasserstoff werden in dem Daniell'schen Elemente 32,5 Grm. Zink aufgelöst und dafür die aequivalente Menge Kupfer niedergeschlagen. Diese Menge Zink, wenn sie Kupfer aus der Verbindung mit Schwefelsäure scheidet, erzeugt nach Favre nur 23205 Wärmeeinheiten. Dem entsprechend ist auch eine elektromotorische Kraft von mindestens anderthalb Daniell's nöthig, um die schwächste dauernde Wasserzersetzung zu unterhalten.

durch ein Daniell'sches Element auch in der minimalsten Menge nicht dauernd unterhalten werden. In der That wird ein Freiwerden der Gase, welche das Wasser zusammensetzen, bei dem oben beschriebenen Versuche nicht beobachtet, wenn auch der Strom noch so lange fort dauert.

Dabei ist es wohl zu bemerken, daß auch nicht durch Diffusion oder irgend einen der Diffusion ähnlichen Process die bei der Polarisation der Platten gegen diese hingedrängten Molekeln von Wasserstoff und Sauerstoff frei werden und sich etwa wieder unelektrisch von den Platten entfernen könnten. Ein solcher Vorgang würde schließlicly immer wieder als Arbeitsresultat eine Wasserzersetzung ergeben, für welche keine aequivalente treibende Kraft in dem Daniell'schen Elemente gegeben wäre. Wenn, wie es wahrscheinlich ist, bei der galvanischen Polarisation der Elektroden eine veränderte Anordnung der Wasserstoff- und Sauerstoff-Atome, sey es im Inneren, sey es an den Gränzflächen der Flüssigkeit, eintritt, so werden diese Theilchen jedenfalls durch (chemische oder elektrische) Anziehungskräfte an ihrer Stelle festgehalten, bis neue hinreichend starke Kräfte zu Hülfe kommen, um sie frei zu machen. Welche Beziehungen zwischen elektrischen und chemischen Anziehungskräften man auch annehmen möge, so wird, wenn das Gesetz von der Erhaltung der Kraft gilt, eine elektrische Anziehung auf eins der Elemente, deren Potential groß genug ist um die chemische Verwandtschaft zu überwinden, eben selbst wiederum nur durch eine Kraft von gleichem oder größerem Arbeitsaequivalent überwunden werden können, um das angezogene Theilchen frei beweglich in der Flüssigkeit zu machen.

Wenn nun die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes in unserem Falle keine sichtbare Wasserzersetzung hervorbringt, so bringt sie doch Polarisation der Elektroden hervor, und diese ist selbst ein Arbeitsaequivalent. Denn die polarisirten Platten sind nachher, von dem polarisirenden galvanischen Element getrennt, im Stande selbstständig für eine gewisse Zeit einen elektrischen

Strom hervorzubringen, also Wärme im Leitungsdraht zu entwickeln, beziehlich bei passender Anordnung alle anderen Formen der Arbeit zu leisten, welche galvanische Ströme leisten können. Im Zustande der Polarisation haben wir es offenbar mit einer veränderten Anordnung der ponderablen Atome und der Elektricitäten in der Zersetzungszelle und an ihren Elektroden zu thun, über deren besondere Beschaffenheit wir hier weiter keine specielleren Annahmen zu machen oder Vermuthungen aufzustellen nöthig haben, so lange es sich nur um Berücksichtigung der Arbeitswerthe handelt. Der Zustand der Polarisation ist zu betrachten als ein neuer Gleichgewichtszustand, dem die Zersetzungsquelle unter dem Einfluß der Elektrisirung der Elektroden zustrebt, und der, wenn die in den Elektroden angehäuften Elektricität sich entladen kann, wieder in den Zustand elektrisch-neutralen Gleichgewichts zurückstrebt. Da aber zur Herstellung eines veränderten Gleichgewichts in einem begrenzten System von Körpern, wie die Zersetzungszelle ist, immer nur ein endlicher Betrag von Arbeit nöthig ist, so kann die Herstellung der Polarisation immer nur einen Strom von endlicher Dauer geben, oder einen solchen, dessen Intensität sich asymptotisch der Null nähert, und der polarisirende Strom könnte im Ganzen nur eben so viel Elektricität in der einen Richtung strömen machen, als der depolarisirende in der entgegengesetzten Richtung.

In so weit dies der Fall ist, — und meine Versuche zeigen, daß man in gasfreien Flüssigkeiten und bei gasfreien Elektroden einem solchen Zustande wenigstens sehr nahe kommen kann, — wirkt die Zersetzungszelle wie ein Condensator von sehr großer Capacität. In der That, wenn man nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise negativ geladenen Sauerstoff der einen Elektrode, positiv geladenen Wasserstoff der anderen Elektrode genähert denkt, aber so, daß ein Austausch der Elektricität zwischen der Elektrode und den genannten Bestandtheilen des Wassers nicht möglich ist, so wird sich auf der Elektrode selbst

die entsprechende Menge der entgegengesetzten Elektricität anhäufen können, und jede Elektrode würde dann mit der Flüssigkeit einen Condensator von verschwindend kleiner Dicke der isolirenden Schicht, und eben deshalb von ungeheurer Capacität bilden. Diese Analogie ist neuerdings von den Herren Varley¹⁾ und Maxwell²⁾ betont worden.

In der That entsprechen die Erscheinungen, die bei Einschaltung eines polarisirbaren Plattenpaares in einen Stromkreis entstehen, in ihren Hauptzügen denen, welche ein Condensator von sehr großer Capacität darbieten würde. Der polarisirende Strom ist der Strom, welcher den Condensator ladet, der depolarisirende der, welcher ihn entladet. Man muß sich die Capacität des Condensators nur so groß vorstellen, daß seine Ladung und Entladung wahrnehmbare Zeiträume, Secunden oder Minuten, in Anspruch nimmt. Herr Varley hat versucht die Capacität eines solchen Condensators zu messen; indessen wird das Folgende zeigen, daß, wenn nicht ganz besondere Vorsichtsmaafsregeln bei den Versuchen gebraucht werden, noch andere Vorgänge eine wesentliche Rolle spielen und das Endergebniß in hohem Grade beeinflussen können.

Die Vorgänge bei wirklichen Versuchen mit polarisirbaren Elektroden unterscheiden sich nun von denen, die an einem gut isolirten Condensator vorgehen, dadurch, daß der ladende Strom viel länger dauert, als der entladende, langsamer abnimmt als der letzte und eigentlich nie aufhört. In dieser Beziehung erscheint eine Zelle mit polarisirbaren Platinplatten einem Condensator mit schlecht isolirender Zwischenschicht ähnlich, und selbst die Erscheinungen des elektrischen Rückstandes finden ihr Analogon in der nach jeder Unterbrechung des Stroms neu hervortretenden Verstärkung der Polarisation.

Es läge nahe, bei einer polarisirten Zersetzungszelle

1) *Proceed. Roy. Society. Jan. 12. 1871.*

2) *A Treatise on Electricity and Magnetism. Oxford 1873. Vol I, pag. 322.*

denselben Grund für die Fortdauer des ladenden Stroms anzunehmen, wie für einen schlecht isolirenden Condensator, nämlich die Existenz einer geringen metallartigen Leitungsfähigkeit in den elektrolysirbaren Flüssigkeiten; was eine Beschränkung der Gültigkeit von Faraday's Gesetz einschließen würde. Ehe wir indessen einen solchen Schluß ziehen, ist zu untersuchen, ob nicht noch andere Veränderungen in der Flüssigkeit und in den Elektroden vor sich gehen, welche ähnliche Erfolge haben könnten. Und zwar wäre hier hauptsächlich an die Rolle zu denken, welche die in der Flüssigkeit aufgelösten oder nach Graham's Entdeckung in dem Metall der Elektroden occludirten Gase spielen können.

Es ist bekannt, daß die galvanische Polarisation einer Platinplatte, welche als Wasserstoffelektrode in einer Zersetzungszelle dient, durch directe Berührung mit dem Sauerstoff der Luft, durch Zuleiten lufthaltigen Wassers und durch Berührung von solchen Flüssigkeiten, welche Sauerstoff chemisch gebunden enthalten, ihn aber an den ausscheidenden Wasserstoff abgeben können, vermindert oder aufgehoben wird.

Dasselbe gilt für die Sauerstoffpolarisation einer Platinplatte, wenn sie mit im Wasser gelösten Wasserstoff oder anderen chemischen Verbindungen in Berührung ist, welche Sauerstoff aufnehmen können.

Außerdem wissen wir, daß das Platin nach Graham's Entdeckung, wenn auch in geringerem Maaße als das Palladium, die Fähigkeit hat, Wasserstoff in seine Masse aufzunehmen. Die Aufnahme von Sauerstoff, welche wir beim geschmolzenen Silber kennen, konnte für das Platin auf chemischem Wege allerdings durch Graham nicht direct nachgewiesen werden; doch scheinen die im Folgenden zu beschreibenden Polarisations-Erscheinungen anzuzeigen, daß für den Sauerstoff ganz ähnliche Verhältnisse wie für den Wasserstoff bestehen, und daß nur die Menge des vom Platin zu occludirenden Sauerstoffs viel geringer ist, als die des Wasserstoffs.

Wenn nun ein elektrischer Strom durch eine Wasserzersetzungszelle geht, deren Flüssigkeit Wasserstoff gelöst enthält, oder deren Platinelektroden ihn occludirt haben, so wird an derjenigen Elektrode, zu welcher der Strom den Sauerstoff hindrängt, dieser wieder zu Wasser werden können, indem eine entsprechende Menge gelösten Wasserstoffs aus der Flüssigkeit, oder occludirten Wasserstoffs aus der Elektrode dazu verbraucht wird. Andererseits wird statt dieses bisher freien (wenigstens nicht mit Sauerstoff chemisch vereinigten) Wasserstoffs eine gleiche Menge elektrolytisch ausgeschiedenen Wasserstoffs an der anderen Elektrode wiedererscheinen, und entweder in der Flüssigkeit sich lösen, oder wenn Zeit und Raum dazu ist, in der Platinelektrode selbst hineingedrängt werden. Obgleich hierbei also Elektrolyse in der Flüssigkeit stattfindet, so kommen doch schliesslich die beiden Produkte der Elektrolyse nicht zum Vorschein; sondern das Endresultat ist, daß freier Wasserstoff an oder in der einen Elektrode verschwindet, und an oder in der anderen in vermehrter Menge auftritt. Ich möchte mir erlauben, für diesen Vorgang, der bei den Polarisationsströmen eine hervorragende Rolle spielt, den Namen der *elektrolytischen Convection* vorzuschlagen. Es ist bei diesem Processe daher auch von der den Strom treibenden elektromotorischen Kraft nicht die Arbeit gegen die chemischen Verwandtschaftskräfte des Wasserstoffs und Sauerstoffs zu leisten, welche geleistet werden muß, wenn Wasser in diese seine beiden Elemente endgültig getrennt werden soll, und elektrolytische Convection kann deshalb durch eine schwache elektromotorische Kraft unterhalten werden, welche durchaus nicht im Stande ist, Wasser wirklich zu zersetzen, wie zum Beispiel durch die Kraft von einem Daniell'schen Elemente.

Das Gleiche gilt, wenn die Flüssigkeit sauerstoffhaltig ist, oder die Platinplatten Sauerstoff occludirt enthalten sollten. Dann verschwindet durch die elektrolytische Convection freier Sauerstoff auf der einen Seite, während die

gleiche Menge auf der anderen Seite zum Vorschein kommt.

Der auf solche Weise bei dem Vorgange der Convection an der einen Elektrode frei gewordene Wasserstoff oder Sauerstoff ist, so weit er nicht in der Elektrode occludirt wird, offenbar ebenso frei, in der Flüssigkeit zu diffundiren, durch Strömungen derselben fortgeführt zu werden, beziehlich sich als Gas zu entwickeln, wenn die Flüssigkeit gesättigt ist, wie die bei der gewöhnlichen Elektrolyse entwickelten Gase. Indem er in der Flüssigkeit diffundirt, wird er auch wieder zur anderen Elektrode gelangen können, um wieder der elektrolytischen Convection zu verfallen, und auf diese Weise in fortdauerndem Kreislaufe einen gewissen Grad elektrischer Strömung unterhalten können.

Ein Daniell'sches Element kann also in einer Wasserzersetzungszelle mit Platinelektroden nicht bloß dann, wenn die Flüssigkeit mit der Luft in Berührung ist, einen nie aufhörenden schwachen Strom unterhalten, sondern auch in einem vollkommen abgeschlossenen Gefäße, wenn dessen Elektroden mit Sauerstoff gesättigt sind und seine Flüssigkeit Sauerstoff aufgelöst enthält.

Der Apparat, mit dem ich Versuche in dieser Richtung angestellt habe, war ein mit einer Quecksilber-Luftpumpe verbundenes und hermetisch geschlossenes Voltameter, welches zwei große cylindrisch zusammengebogene Platinplatten von annähernd 180 und 300 Quadratcentimeter Fläche enthielt, die durch eingeschmolzene Platindrähte nach außen hin Ableitung hatten. Die Flüssigkeit in diesem Voltameter reichte nach unten bis an das Quecksilber der Pumpe, mit dem sie gehoben und gesenkt wurde, während die über der Flüssigkeit sich ansammelnden Gase durch einen besonderen Hahn immer wieder entfernt werden konnten. So war es möglich, über der Flüssigkeit immer wieder ein nur Wasserdämpfe enthaltendes Vacuum herzustellen und die Flüssigkeit allmählig von jeder Spur aufgelösten Gases zu befreien.

Sauerstoffsättigung der Platten erreicht man dadurch, daß man mehrere Tage lang an ihnen beiden durch einen schwachen Strom, der durch einen eingeschobenen Platin-draht als Wasserstoffelektrode eingeleitet wird, Sauerstoff entwickelt. Ich habe wochenlang einen nur durch elektrolytische Convection unterhaltenen Strom unter dem Einfluß eines begrenzten Sauerstoffvorrathes in hermetisch abgesperrter Flüssigkeit bestehen sehen. Charakteristisch für den Einfluß der Flüssigkeit ist hierbei, daß jede mechanische Bewegung derselben, namentlich aber auch circulirende Bewegungen, die durch Temperaturänderungen hervorgerufen werden, den Strom erheblich verstärken. Dies fällt in gasfreien Flüssigkeiten so gut wie ganz fort.

Viel wirksamer als Sauerstoff ist in dieser Beziehung Wasserstoff, weil er sich in sehr großer Menge in den Platten ansammeln kann. Bei reichlicher Sättigung der Platten und der Flüssigkeit mit elektrolytisch entwickeltem Wasserstoff verhält sich eine solche Zersetzungszone gegen schwächere Ströme Stunden lang oder selbst Tage lang wie ein unpolarisirtbares Element, ähnlich einer Silberlösung zwischen Silberelektroden. Man kann, trotzdem sie eingeschaltet ist, Widerstandsmessungen in ihrem Kreise mit der vollkommensten Genauigkeit ausführen, und sie zeigt nach Unterbrechung des Batteriestromes kaum eine Spur von Polarisation. Bisher ist es mir besser gelungen, diesen Zustand der Wasserstoffsättigung unter Anwendung von verdünnter Schwefelsäure als elektrolytischer Flüssigkeit hervorzurufen, denn mit destillirtem Wasser.

Die Constanz des Stromes findet aber ihr Ende, wenn durch die Convection des Wasserstoffs der Vorrath desselben in der einen Platte anfängt sparsam zu werden.

Unter diesen Bedingungen kann man auch zuweilen bei Anwendung nur eines, aber gut leitenden Daniell'schen Elements Entwicklung von Wasserstoff als Gas an der Platte beobachten, zu der er hingeführt wird, also scheinbare Wasserzersetzung. Daß dies vorkommt, ist schon von früheren Beobachtern gesehen worden, aber ohne nähere Feststellung der Bedingungen.

Nur wenig anders verlaufen die Dinge, wenn ohne Veränderung des Zustandes der Elektroden die elektrolytische Flüssigkeit gasleer gemacht wird dadurch, daß man sie wochenlang im Vacuum der Quecksilberpumpe erhält. Stark verdünnte Schwefelsäure gelang es mir so frei von Gas zu machen, daß sie beim Auspumpen sich nicht mehr vom Gefäße loslöste, sondern unter dem negativen Drucke einer Quecksilbersäule von 60 Mm. noch nicht zerrifs. Aber auch bei Anwendung von destillirtem Wasser habe ich es stets dahin bringen können, daß die aus dem Wasser etwa noch entweichenden Spuren von Luft im Laufe von drei bis vier Tagen den Druck in dem Vacuum, dessen Volumen etwa ein Sechstel von dem der Flüssigkeit betrug, und welches nur Wasserstoff enthielt, nicht mehr in wahrnehmbarer Weise steigerten.

Auch noch unter diesen Umständen traten, wenn die Platten mit einem der beiden Gase reichlich beladen waren, Ströme ein, welche mehrere Tage dauern konnten, aber doch schließlic bis zu nicht mehr wahrnehmbarer Stärke herabsanken. Der hierbei gebrauchte Multiplicator zeigte einen Grad Ablenkung, wenn ihn ein Strom durchfloß, der in 24 Stunden 0,03 Kubikcentimeter Wasserstoff zu entwickeln im Stande war. Ein zweiter Unterschied besteht darin, daß, wie schon bemerkt, die Verstärkung des Stroms durch Bewegung der Flüssigkeit fortfiel.

Dagegen zeigte sich in diesen Fällen der Einfluß der in den Platinplatten occludirten Gase sehr deutlich, wenn ich die Größe des in ihnen beiden enthaltenen Gasvorraths veränderte. Zu dem Ende führte ich bei anfänglicher Sauerstoffbeladung der Platten an beide leitend verbundene Platten auf elektrolytischem Wege kleine Mengen Wasserstoff. Die zweite Elektrode war das mit ein wenig Zink versetzte Quecksilber, die elektrolytische Flüssigkeit war destillirtes Wasser. Je öfter ich das that, desto kürzer wurde sowohl der Strom, den ein Daniell'sches Element in dem Voltameter hervorrief, als auch der Depolarisationsstrom nach Ausschaltung des Daniell's. Dieselben

Sta
stof
sch
dur
eing
so
bela
bei
erre
dau
Zeit
glei
eine
weil
vorw
moto
selbe
U
will
platte
stehe
Stun
verbu
die
früher
elektr
schw
aber
depola
obach
vorher
und d
ergab
so sch
vorhan
Die
des R

Stadien der Stromstärke, die anfangs bei reichlicher Sauerstoffbeladung in 24 Stunden durchlaufen waren, wurden schliesslich bei möglichst gereinigten Platten in 18 Minuten durchlaufen. Führt ich aber, nachdem dieses Stadium eingetreten war, noch weiteren Wasserstoff an die Platten, so stieg wieder die Stromesdauer, weil nun Wasserstoffbeladung der Platten eintrat. Uebrigens glaube ich hierbei noch nicht das Minimum der Gasbeladung der Platten erreicht zu haben, weil auch bei dem Minimum der Stromesdauer, das ich erreichte, ein kleiner Unterschied in der Zeitdauer zu Gunsten des polarisirenden Stroms im Vergleich mit dem depolarisirenden bestehen blieb. Es ist aber eine sehr langwierige Arbeit, dieses Minimum herzustellen, weil die Gase sich im Metall ausserordentlich langsam vorwärts bewegen, wenn sie durch keine äussere elektromotorische Kraft gedrängt werden; die letzten Reste derselben fortzuschaffen ist deshalb äusserst zeitraubend.

Um diese Langsamkeit der Gasbewegung zu zeigen, will ich nur noch Folgendes anführen: Polarisirte Platinplatten, in den gewöhnlichen lufthaltigen Flüssigkeiten stehend, verlieren ihre Polarisation anscheinend in wenigen Stunden oder selbst Minuten, wenn sie mit einander leitend verbunden werden. Auf diesem Umstande beruhte ja z. B. die Brauchbarkeit der von Hrn. du Bois-Reymond früher gebrauchten polarisirbaren Elektroden für thierisch-elektrische Versuche. Dagegen in gasfreier Flüssigkeit schwindet die Polarisation anfangs zwar schnell, später aber sehr langsam. Ich habe in einem solchen Falle den depolarisirenden Strom 16 Tage lang am Multiplicator beobachtet. Aus den elektrolytischen Aequivalenten des vorher zur Polarisierung der Platten gebrauchten Stroms und des nachher noch bestehenden Depolarisationsstroms ergab sich, dass noch Monate vergehen mussten, ehe ein so schwacher Strom, wie der letztgenannte, den Rest der noch vorhandenen Gasbeladungen hätte beseitigen können.

Die Erscheinungen, welche bei der Polarisation denen des Rückstandes in einer Leydener Flasche ähnlich sind,

erklären sich durch die Occlusion der Gase. Wenn Wasserstoff in eine Platinplatte hineingedrängt wird und man den Strom einige Secunden unterbricht, so hat das Gas während dieser Unterbrechung Zeit, sich weiter in das Innere vorzuschieben und dadurch seine Dichtigkeit in den oberflächlichen Schichten zu vermindern. Schließt man den Stromkreis wieder, so ist der Widerstand gegen das Eindringen neuen Wasserstoffs dadurch vermindert worden, der Strom wird stärker seyn können. Umgekehrt kann der Depolarisationsstrom das bis zur Oberfläche vorgedrungene Gas beseitigen: unterbricht man ihn, so wird der von innen langsam herandrängende Wasserstoff sich an der Oberfläche anhäufen und deren Polarisation verstärken können. Es ist bekannt, daß hinter einer Sauerstoffpolarisation in einer Platinplatte noch gleichzeitig eine ältere Wasserstoffpolarisation bestehen kann, welche letztere zum Vorschein kommt, wenn erstere geschwunden ist, und umgekehrt.

So weit ich sehe, erklären sich die hieher gehörigen Erscheinungen ohne Schwierigkeit, wenn man für die Fortbewegung der in den Metallen occludirten Gase dieselben Gesetze wie für die Wärmeleitung annimmt.

Endlich ist zu bemerken, daß in diesen Fällen, nachdem der condensatorische Strom verlaufen ist, d. h. die nur an der Oberfläche der Platten gebundenen Elektrizitätsmengen entladen sind, weitere Strömung nur noch eintreten kann in dem Maasse, als noch Gasquanta aus dem Innern des Metalls an die Oberfläche dringen. Wenn dies nur noch sehr langsam geschieht, so wird die Stromstärke in dem Kreise so gut wie unabhängig von seinem Widerstande, so daß in meinen Versuchen Einschaltungen von 20 bis 60 Meilen Telegraphendraht zwar für einige Secunden die Nadel des Multiplicators zurückweichen machten, sie dann aber bald wieder auf ihre frühere Ablenkung kommen ließen. Der Widerstand des übrigen Stromkreises betrug dabei etwa nur zwei Meilen desselben Drahts; das Verhalten der bei wechselndem Widerstande

im
so,
ga
sch
Ueb
vorl
entg
eine
nur
Ele
auch
der
natü

XVI

He
S. 27
„Uel
der
Phys
wäre
hätte
Vier
„Der
mehr
Stol
neuer
Dispe
Prüfu
ziehen
D
wesen
Spectr
spectr
durch
was
möglich

im Kreise eintretenden dauernden Stromstärken war eben so, als bestände an der Oberfläche der Platten ein Uebergangswiderstand, gegen den 40 bis 60 Meilen Draht verschwindend klein waren. Dieser ungeheure scheinbare Uebergangswiderstand bestand aber nur für die gerade vorhandene Stromrichtung; so wie man einen Strom von entgegengesetzter Richtung hervorrief, war nichts von einem solchen Widerstande vorhanden. Dies gilt nicht nur für Platinelektroden, die durch ein Daniell'sches Element nahehin bis zum Maximum polarisirt sind, sondern auch für solche, die sich bis beinahe zum Verschwinden der Polarisation wieder depolarisirt haben und also ihrem natürlichen Zustande möglichst nahe gekommen sind.

XVI. *Erwiderung auf Prof. Mach's Bemerkung; von Alb. Mousson.*

Herr E. Mach hat sich in diesen Annalen Bd. CXLIX, S. 270 bemüht, mit Bezug auf meine Notiz „Ueber die Einrichtung des Dispersiometers“ die Priorität der Benutzung gekreuzter Spectren zu Gunsten früherer Physiker in Anspruch zu nehmen. Diese Revindication wäre wohl überflüssig gewesen, wenn Hr. Mach sich die Mühe hätte nehmen wollen meine vollständige Notiz (Züricher Vierteljahrsheft 1872 S. 213) zu lesen. Da steht S. 221 „Der Grundsatz der gekreuzten Spectren wurde schon mehrfach zur Anwendung gebraucht, namentlich von Stokes bei seinen Untersuchungen über Fluorescenz und neuerdings von Kundt in seinen Studien über die anomale Dispersion. Es scheint mir indeß, daß man zur genaueren Prüfung über die Dispersion noch größeren Nutzen daraus ziehen könne.“

Der Zweck jener Notiz war übrigens lediglich auf die wesentliche Verschiedenheit des *unbekannten physischen Spectrums* und des *geometrisch genau bekannten Gitterspectrums* hinzuweisen und dieß letztere zu brauchen, um durch Kreuzung des ersteren zu prüfen und zu analysiren, was durch Kreuzung zweier prismatischen Spectren nicht möglich ist. Jener Unterschied ist theoretisch längs be-

kennt, aber nicht recht in das practische Bewußtseyn der Physiker übergegangen; sonst hätte man längst in der Spectrometrie die Prismen durch Gitter ersetzt, und würde nicht die Scalen verschiedener Spectrometer als gleichwerthig ansehen.

Zürich, den 1. December 1873.

XVII. *Lorenz Hengler, Erfinder des Horizontalpendels.*

(Vom Prof. P. Zech in Stuttgart dem Prof. Zöllner mitgetheilt)

Lorenz Hengler wurde zu Reichenhofen den 3. Feb. 1806 geboren. Seine Aeltern betrieben auf einem Einödgütchen Landwirthschaft, und hatten 9 Kinder. Die sechs Söhne sollten jeder ein Handwerk erlernen, Lorenz jedoch wollte studiren. Endlich im 14. Jahr durfte er in die lateinische Schule in Leutkirch eintreten. Zwei Jahre später wurde er in das Gymnasium in Kempten aufgenommen, er fand Wohlthäter, welche ihm den Unterhalt möglich machten. Im 19. Jahre trat er in's Obergymnasium Ellwangen, im 21. in das neu errichtete katholische Convict in Ehingen und im 22. in das Convict zu Tübingen, wo er aber nur zwei Jahre blieb. Er ging nach München, um Mathematik und Astronomie zu studiren und das theologische Studium aufzugeben. Allein die nöthigen Geldmittel aufzubringen, um mehrere Jahre in München zuzubringen, war er nicht im Stande, obgleich er Privatunterricht gab, Luftballons verfertigte, neue Erfindungen in Musik und Optik ins Leben zu bringen suchte. Er kehrte nach zweijährigem Aufenthalt in München nach Würtemberg zurück, zunächst nach Stuttgart, um bei einem Optiker Gläser schleifen zu lernen, dann nach Tübingen, um seine theologischen Studien zu vollenden.

Im Jahre 1835 erhielt er die Priesterweihe zu Rottenburg, wurde Vicar in Höchstberg, bald Pfarrverweser in Obergriesheim, 1840 Pfarrer in Mühlhausen, O. A. Geilingen, 1849 in Tigerfeld, O. A. Münzingen. Dort starb er an einem Kehlkopfleidern am 21. April 1858. Ein treffliches, großartiges Fernrohr, der Vollendung nahe, konnte nicht mehr von ihm zur Ausführung gebracht werden.